

4. Thien M. Vo, Tran H. Vu, An N. Chau, Tam M. Nguyen, “Undrained stability of a circular tunnel in cohesive-frictional soil using edge-based smoothed finite element method and conic programming”, in *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Technology and sustainable Development 2014, GTSD’14*, Ho Chi Minh City, Viet Nam, 2014.

5. Thien Minh Vo, Toan Minh Nguyen, Tuan Kieu, Hoang Chanh Nguyen, “Undrained stability of square tunnel regarding linearly increasing shear strength with depth”, in *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Technology and sustainable Development 2014, GTSD’14*, Ho Chi Minh City, Viet Nam, 2014.

6. Hoang Chanh Nguyen, Tran Vu Hoang, Thien Minh Vo, “Calculation of N_γ by the upper bound procedure based on smoothed finite element method and conic programming”, in *Proceedings of the 6th ACEC & the 6th AEEC*, Bangkok, Thailand, 2013.

7. Thien Minh Vo, Hoang Chanh Nguyen, Linh Anh Le, An Ngoc Chau, “Bearing capacity of two-layer clay based on strain-stabilized FEM and conic programming”, in *Proceedings of International Engineering and Technology Education Conference IETEC’13*, Ho Chi Minh City, Vietnam, 2013.

C. Bài báo khoa học công bố trong kỷ yếu Hội nghị trong nước

1. Võ Minh Thi n, Nguy n Chánh Hoàng, Châu Ng c n, “Phân tích n nh c ng ng m trong n n t sét ch u t i tr ng phân b u trên m t t”, *H i ngh Khoa h c Công Ngh l n th 13*, i h c Bách Khoa TP H Chí Minh, 2013.

2. Võ Minh Thi n, Nguy n Chánh Hoàng, Nguy n Hu nh Vi t Xô, Lê V n C nh, “Xác nh h s s c ch u t i n n và c c u s p t ng ng b ng lý thuy t phân tích gi i h n”, *H i ngh C h c toàn qu c l n th IX*, Hà N i, 2012.

I H C QU C GIA TP. H CHÍ MINH
TR NG I H C BÁCH KHOA

VÕ MINH THI N

**PHÂN TÍCH S C CH U T I GI I H N C AN N T NG NH T
THEO NH LÝ C N TRÊN S D NG PH NG PHÁP PH N T
H U H N TR N TRÊN NÚT (NS-FEM)**

Chuyên ngành: K THU T XÂY D NG CÔNG TRÌNH NG M
Mã s chuyên ngành: 62.58.02.04

TÓM T TLU N ÁN TI N S K THU T

TP. H CHÍ MINH - N M 2018

Người hướng dẫn khoa học 1: PGS. TS. Châu Ngọc Sơn
Người hướng dẫn khoa học 2: PGS. TS. Nguyễn Minh Tâm

Phản biện số 1:
Phản biện số 2:

Phản biện số 1:
Phản biện số 2:
Phản biện số 3:

Lưu ý: Các báo cáo Hội đồng chuyên môn lưu ý như sau: Phòng chuyên
Khoa Kỹ thuật Xây dựng – Trường Đại học Bách khoa Tp. Hồ Chí Minh.

vào lúc giờ ngày tháng năm 2018.

Có thể tìm hiểu luận án tại địa chỉ:

- Thư viện Khoa học Tổng hợp Tp. HCM.
- Thư viện Trường Đại học Bách Khoa – HQG-HCM.

A. Bài báo khoa học công bố trên tạp chí quốc tế

1. Thien M. Vo, An N. Chau, Tam M. Nguyen, Hoang C. Nguyen. “A node-based smoothed finite element method for stability analysis of dual square tunnels in cohesive-frictional soils”, *Scientia Iranica*, Vol 25, No.3 pp. 1105-1121, 2018. (SCIE-Q2)
2. T. Vu-Hoang, T. Vo-Minh, H. Nguyen-Xuan. “A bubble-enhanced quadrilateral finite element formulation for nonlinear analysis of geotechnical problems”, *Underground Space*, Vol 3, pp. 229-243, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2018.01.007>. (Open Access).
3. Thien M. Vo, Tam M. Nguyen, An N. Chau, Hoang C. Nguyen. “Stability of twin circular tunnels in cohesive-frictional soil using the node-based smoothed finite element method (NS-FEM)”, *Journal of Vibroengineering*, Vol 19, No. 1, pp. 520-538, 2017. (SCIE-Q3).

B. Bài báo khoa học công bố trong kỷ yếu Hội nghị quốc tế

1. T. Vo-Minh, T. Nguyen-Minh, A. Chau-Ngoc. “Upper bound limit analysis of circular tunnel in cohesive-frictional soils using the node-based smoothed finite element method”, in *Proceedings of the International Conference on Advances in Computational Mechanics 2017*, In book: Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer Singapore Pte Ltd. 2018, https://doi.org/10.1007/978-981-10-7149-2_9.
2. Thien M. Vo, Tam M. Nguyen, An N. Chau, Hoang C. Nguyen. “Stability of a square tunnel in cohesive-frictional soil subjected to surcharge loading using the node-based smoothed finite element method (NS-FEM)”, in *Proceedings of East-Asia Pacific Conference on Structural Engineering & Construction EASEC-14*, Ho Chi Minh City, Viet Nam, 2016.
3. Toan Minh Nguyen, Nhut Quang Le, Thien Minh Vo, “Undrained stability of circular tunnel regarding linearly increasing shear strength with depth”, in *Proceedings of East-Asia Pacific Conference on Structural Engineering & Construction EASEC-14*, Ho Chi Minh City, Viet Nam, 2016.

hiện. Kết quả theo lý thuyết sử dụng NS-FEM rất phù hợp với thí nghiệm của Wu và Lee với sai số <10%.

- Bài toán phân tích giới hạn sử dụng NS-FEM phù hợp với kết quả thí nghiệm lý tâm nhả hình tròn trong đất do Gregor Idinger thực hiện, sai số lớn nhất giới hạn lý thuyết và thí nghiệm lý tâm 18.5%

2. Kiến nghị

1. Phân tích trạng thái giới hạn của móng theo nguyên lý trên sử dụng NS-FEM cần xét các cấu trúc đất nền trong giai đoạn thi công móng. Do đó, hướng nghiên cứu tiếp theo là mô phỏng phân tích tiếp xúc giữa cọc và đất nền nhằm phân tích các cấu trúc có xét đến làm việc của vòm.

2. Phân tích giới hạn theo nguyên lý trên sử dụng NS-FEM có hạn chế là chưa xét ảnh hưởng của các công trình trong các bài toán địa kỹ thuật. Hướng nghiên cứu tiếp theo là xét ảnh hưởng của các công trình trong bài toán phân tích giới hạn, khảo sát bài toán sức chịu tải của nền nhả hình tròn, nhằm hình thành khi xét đến ảnh hưởng của đất nền.

3. Luận án thực hiện phân tích sức chịu tải giới hạn của móng bài toán biến dạng phẳng 2D khi đất nền thỏa mãn tiêu chuẩn Mohr-Coulomb và Tresca. Hướng nghiên cứu tiếp theo là sử dụng thuật toán tối ưu hóa SDP (*semi-definite programming*) phân tích giới hạn cho bài toán không gian 3D theo tiêu chuẩn Tresca hoặc Mohr-Coulomb. Tuy nhiên, có thể phân tích bài toán sức chịu tải móng vuông, móng chữ nhật nhằm xét ảnh hưởng của hình dạng móng.

M U

1 Tính cấp thiết của tài nghiên cứu

Các tiêu chuẩn chịu tải do Mohr-Coulomb, phương pháp phần tử hữu hạn trên nút (NS-FEM) cần nghiên cứu phân tích ảnh hưởng của giới hạn. Kết quả phân tích trong nghiên cứu này cho phép xác định giá trị sức chịu tải N_c, N_q, N_x của nền đất móng băng và trạng thái giới hạn của hình tròn, hình vuông trong nền đất sét. Hệ số sức chịu tải N_c, N_q, N_x xác định NS-FEM cần so sánh với giới hạn của Prandtl, Meyerhof, Vesic, Hansen, ... cần sử dụng rộng rãi trong thiết kế nền móng. Vì vậy bài toán phân tích nhằm xác định móng trong nền đất sét, các cấu trúc hạ tầng khảo sát thông qua ảnh hưởng của góc ma sát trong đất nền w, t sâu tầng và kích thước móng H/D , trạng thái nền đất xD/c và khoảng cách giữa hai móng S/D . Các bài toán, trong bài toán nhằm hình tròn hoặc hình vuông tiếp xúc nhau, khoảng cách giữa hai móng là yếu tố quyết định các cấu trúc hạ tầng, vì vậy giúp cho kết quả thiết kế địa kỹ thuật móng mà không gây ảnh hưởng đến móng lân cận.

Như vậy, tài mang ý nghĩa thực tiễn và cấp thiết, có thể sử dụng làm cơ sở kết luận về mức độ cần thiết của công trình và áp dụng vào các bài toán khác nhau trong địa kỹ thuật.

2 Mục tiêu nghiên cứu

Hiện nay, các nghiên cứu về phân tích giới hạn trong địa kỹ thuật theo nguyên lý trên thế giới sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM). Trong khi đó, NS-FEM cần sử dụng phân tích giới hạn bài toán các hệ số truyền, phân tích vận tốc đất, bài toán truyền nhiệt, truyền âm thanh trong kết cấu vòm, ... Tuy nhiên, NS-FEM chưa áp dụng rộng rãi vào phân tích giới hạn trong các bài toán địa kỹ thuật. Do đó, trong luận án này, tác giả thực hiện phân tích giới hạn theo nguyên lý trên sử dụng NS-FEM phân tích hệ số sức chịu tải của nền đất móng băng và đất nền giới hạn của móng.

3 Ph ng pháp nghiên c u

Trong lu n án này, tác gi s d ng ph ng pháp ph n t h u h n tr n NS-FEM r i r c m i n bài toán và tính toán tr ng bi n d ng tr n trên nút theo nh lý c n trên. Khi ó, bài toán phân tích gi i h n tr thành bài toán c c ti u hàm n ng l ng tiêu tán d o bên trong v t th . Tiêu chu n ch y d o Mohr-Coulomb c bi u di n d i d ng ràng bu c hình nón b c hai (SOCP). Thông qua ch ng trình t i u Mosek c phát tri n b i các nhà toán h c, k thu t t i u hóa hình nón b c 2 có th gi i bài toán v i s bi n r t l n, t c nhanh và chính xác h n so v i k thu t t i u hóa tuy n tính và phi tuy n .

4 i t ng và ph m vi nghiên c u

Lu n án th c hi n phân tích t i tr ng gi i h n theo nh lý c n trên i v i m t s bài toán a k thu t nh sau:

- Phân tích h s s c ch u t i N_c và N_x c a n n d i móng b ng trong tr ng h p n n t ng nh t. K t qu c k i m ch ng v i nghi m gi i tích c a Prandtl, Meyerhof, Hansen, Vesic
- Phân tích tr ng thái gi i h n và c c u tr t c a h m ng m tròn và h m vuông, 2 h m tròn và 2 h m vuông trong n n t sét ng nh t, không xét nh h ng c a m c n c ng m.
- Ngoài ra, ánh giá tin c y c a NS-FEM trong phân tích gi i h n c a h m ng m, tác gi th c hi n mô ph ng bài toán xác nh áp l c gi n nh h m tròn và c c u phá ho i trong n n t sét và cát. Sau ó, so sánh k t qu mô ph ng v i thí nghi m lý tâm h m tròn t m t s nghiên c u ã có. T k t qu phân tích cho phép ánh giá ph m vi gây phá ho i và áp l c gi n nh h m tròn.

5 C u trúc c a lu n án

Lu n án g m có các ph n: M u, 5 ch ng, k t lu n và k i n ngh nh ng nghiên c u t i p theo. T ng c ng có 150 trang, trong ó có 98 hình v , 24 b ng bi u và các công th c tính toán. Ph n ph l c có 45 trang.

1. H s s c ch u t i N_c , N_x d i n n móng b ng s d ng NS-FEM và k thu t t i u hóa hình nón SOCP cho k t qu chính xác và h i t t th n l i gi i s d ng FEM và phù h p v i nghi m gi i tích c a Prandtl.

- i v i h s s c ch u t i N_c xác nh b ng NS-FEM h i t r t t v nghi m gi i tích c a Prandtl v i sai s kho ng 1.62% khi $w = 5^0$
- H s s c ch u t i N_x i v i tr ng h p móng t i p xúc tr n, c c u tr t xác nh b ng NS-FEM r t phù h p v i l i gi i c a Meyerhof, Bolton và Lau, Sokolovskii khi gi thi t góc nghiêng d i n êm tr t $45^0 + w/2$. Khi móng t i p xúc nh ám, h s s c ch u t i N_x xác nh t NS-FEM có s khác bi t không áng k so v i l i gi i t ph ng pháp ng tr t c a Meyerhof, Hansen khi $w \leq 35^0$.

2. Vi c phân tích t i tr ng gi i h n c a h m ng m trong n n t sét s d ng NS-FEM theo nh lý c n trên, k t qu cho th y:

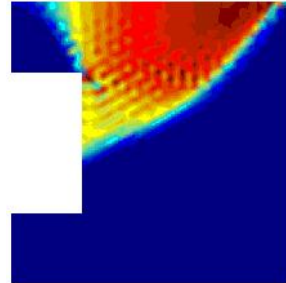
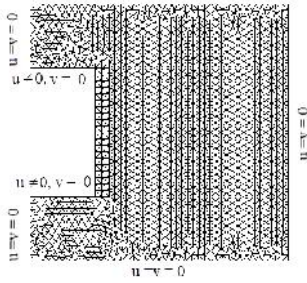
- T i tr ng gi i h n theo nh lý c n trên s d ng NS-FEM r t phù h p v i giá tr trung bình theo nh lý c n d i và c n trên c a Yamamoto *et al*. Tuy nhiên, khi gi i bài toán t i u s d ng NS-FEM và k thu t t i u hóa hình nón (SOCP) thì s ph n t và s bi n ít h n nhi u so v i l i gi i s d ng FEM và k thu t t i u hóa phi tuy n do Yamamoto xu t.
- i v i bài toán 2 h m ng m tròn ho c 2 h m ng m vuông, kho ng cách gi a 2 h m là y u t quan tr ng quy t nh t i tr ng gi i h n và c c u tr t.

i v i bài toán 2 h m ng m tròn, khi sâu t h m $H/D = 1, H/D = 3, H/D = 5$, n u kho ng cách gi a 2 h m t ng ng là $S = 3.5D \div 4D, S = 7D \div 7.5D, S = 10D \div 11D$ thì 2 h m tròn s làm vi c nh h m n c l p.

i v i bài toán 2 h m vuông, khi sâu t h m $H/B = 1, H/B = 3, H/B = 5$, n u kho ng cách gi a 2 h m t ng ng là $S = 3.5B \div 4B, S = 7B \div 7.5B, S = 10B \div 11B$ thì 2 h m ng m s làm vi c nh h m n c l p.

3. Vi c k i m ch ng t i tr ng gi i h n s d ng NS-FEM và so sánh v i k t qu thí nghi m mô hình lý tâm

- Phân tích gi i h n theo NS-FEM c so sánh v i k t qu thí nghi m lý tâm v i mô hình 1 h m tròn và 2 h m tròn trong n n t sét do Wu và Lee th c



(a) Mô hình bài toán khi $H/D = 0.5$ (b) Ứng suất tiêu tán do $\tau/c = 5.50$
 Hình 5.7 Cấu trúc hình mạng sử dụng NS-FEM ($H/D = 0.5$; $D/c = 1.5$; $w = 34^0$)

Bảng 5.1 Kết quả áp dụng các thí nghiệm nhằm hình thành mô hình theo lý thuyết phân tích giới hạn và thí nghiệm lý tâm

sâu thềm	$H/D = 1.5$	$H/D = 1.0$	$H/D = 0.5$
Áp dụng giá trị hình thành xác định thí nghiệm lý tâm σ_t (kN/m ²)			
Thí nghiệm lý tâm hình thành do Gregor Idinger <i>et al.</i> thể hiện	6.5-9.5	4.5-6.0	3.0-6.0
Áp dụng giá trị hình thành xác định lý thuyết phân tích giới hạn σ_t (kN/m ²)			
Ligiis dùng NS-FEM	10.02	6.95	5.50
(Sai số giữa NS-FEM và Gregor Idinger)	(11.33%)	(15.83%)	(8.33%)

Kết luận chương 5

Kết quả phân tích giới hạn theo NS-FEM rất phù hợp với thí nghiệm lý tâm mô hình hình tròn và 2 hình tròn trong nền sét do Wu và Lee thể hiện. Ngoài ra, kết quả mô phỏng theo NS-FEM cũng được so sánh với thí nghiệm lý tâm hình tròn trong đất cát do Gregor Idinger thể hiện, và sai số không đáng kể.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Kết luận

Tổng kết mô phỏng đánh giá hệ số chuyển vị của nền móng băng và trạng thái giới hạn của hình thành trên các sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn trên nút NS-FEM. Tóm lại, rút ra một số kết luận chính như sau:

6. Những đóng góp micraluán

Tổng kết nghiên cứu micraluán có thể rút ra những điểm như sau:

- Luận án trình bày phương thức tiếp cận mới khi nghiên cứu triển khai sử dụng NS-FEM vào phân tích giới hạn theo nguyên lý cực trên với các bài toán địa kỹ thuật. Tóm lại, xác định hệ số chuyển vị N_c, N_q, N_x của nền đất móng băng và bài toán nền chày hình móng trong nền sét. Hàm chi phí của Mohr-Coulomb được biểu diễn dưới dạng ràng buộc hình nón bậc hai (SOCP), vì thế không cần làm tròn tỉ lệ của hàm chi phí. Thông qua chương trình tối ưu Mosek trong phần mềm Matlab có thể giải bài toán phân tích giới hạn với số biến rất lớn, tốc độ nhanh, chính xác hơn so với kỹ thuật tối ưu hóa tuyến tính và phi tuyến.

- Kết quả nghiên cứu cho phép xác định các mô hình và đánh giá khả năng chuyển vị của nền móng băng và hình thành mà không cần giới hạn trực tiếp của các biến địa kỹ thuật. Do đó, có thể áp dụng giải các bài toán có mô hình phức tạp, điều kiện biên và điều kiện tác động bất kỳ.

- Điều kiện giới hạn của hình tròn, hình vuông trong nền sét có thể thành bản đồ và biểu diễn trên hình không thể nguyên. Tóm lại, có thể giúp cho các số tính toán điều kiện giới hạn tác động trên bề mặt đất không gây sự phức tạp hình thành và khảo sát cách thi công 2 hình làm việc độc lập nhau. Điều này có ý nghĩa thực tiễn giúp cho người thi công quy hoạch xây dựng hình thành mới trong nền sét mà không ảnh hưởng đến các hình thành hiện hữu.

CHƯƠNG 1 TỔNG QUAN VÀ PHÂN TÍCH GIỚI HẠN TRONG AK THUẬT

1.1 Tổng quan về phân tích giới hạn trong ak thuật theo nh lý c n trên

1.1.1 Phân tích giới hạn theo nh lý c n trên s d ng c c u tr t c a các kh i c ng

Năm 1975, Chen s d ng lý thuyết phân tích giới hạn theo nh lý c n trên giới các bài toán ak thuật, khi ó tr ng v n t c và c c u tr t c a các kh i t c gi nh tr c. T i tr ng gi i h n c tính toán b ng cách cân b ng gi a công ngo i và n ng l ng tiêu tán d o d c theo các m t tr t gi nh tr c.

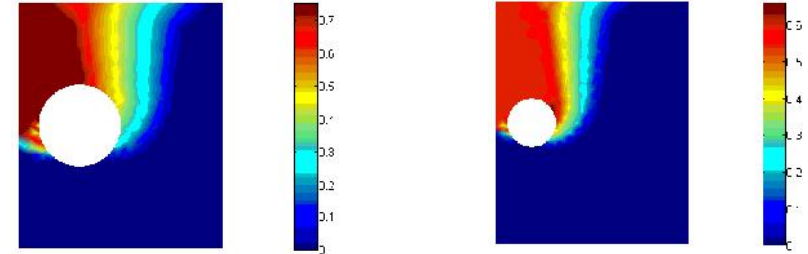
1.1.2 Phân tích giới hạn theo nh lý c n trên s d ng ph ng pháp ph n t h u h n

T i u hóa tụy n tính c Anderheggen & Knöpfel và Maier, Bottero *et al.*, Pastor và Turgeman áp d ng vào các bài toán ak thu t s d ng tiêu chu n ch y d o Tresca và Mohr-Coulomb. Khi ó, bài toán có ràng bu c là hàm ch y d o phi tụy n c bi n i thành ràng bu c tụy n tính. K thu t t i u hóa tụy n tính s d ng n gi n và phù h p cho các bài toán 2 chi u, không phù h p cho các bài toán không gian b i vì s l ng ràng bu c t ng lên áng k , d n n th i gian gi i bài toán r t l n

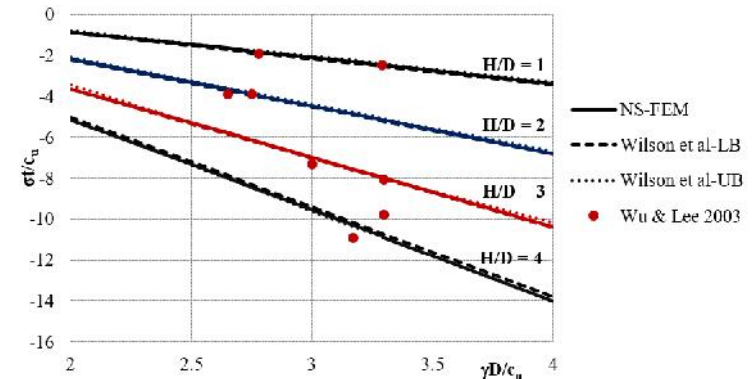
kh c ph c nh c i m c a thu t toán t i u tụy n tính, Lyamin và Sloan s d ng k thu t t i u hóa phi tụy n xác nh t i tr ng gi i h n theo nh lý c n trên trong các bài toán ak thu t. Nh c i m c a thu t toán t i u phi tụy n do Lyamin và Sloan xu t là hàm ch y d o phi th a mẫn i u ki n o hàm c p 2 liên t c. Tuy nhiên, tiêu chu n Mohr-Coulomb không m b o tính ch t o hàm c p 2 liên t c nên Lyamin và Sloan s d ng hàm tr n hyperbolic x p x t i nh c a m t ch y d o Mohr-Coulomb khi gi i bài toán t i u phi tụy n.

kh c ph c nh c i m c a Lyamin và Sloan, Ciria và Makrodimopoulos & Martin ã bi n i hàm ch y d o Von-Mises và Mohr-Coulomb v d ng t i u

NS-FEM r t phù h p v i k t qu c a Wilson *et al.* theo nh lý c n trên và c n d i khi phân tích bài toán 2 h m tròn t song.



Hình 5.4 N ng l ng tiêu tán d o khi $H/D = 1; S/D = 1.5; D/c_u = 3.29$ Hình 5.5 N ng l ng tiêu tán d o khi $H/D = 2; S/D = 1.5; D/c_u = 2.65$



Hình 5.6 So sánh áp l c gi n nh 2 h m ng m gi a thí nghi m lý tâm và phân tích gi i h n s d ng NS-FEM

5.2 Phân tích nh h m tròn trong thí nghi m lý tâm do Gregor Idinger th c hi n

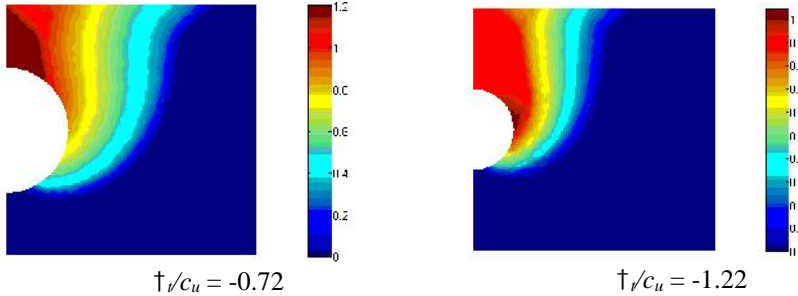
5.2.1 Bài toán nh h m tròn trong n n t cát

Áp l c gi n nh h m ng m theo NS-FEM r t phù h p v i k t qu thí nghi m lý tâm do Gregor Idinger *et al.* th c hi n và l i gi i lý thuyết c a tác gi khác c th hi n trong b ng 5.1

CHƯƠNG 5 PHÂN TÍCH NHIỆM TRONG THÍ NGHIỆM MÔ HÌNH LÝ TÂM SỰ DỤNG NS-FEM

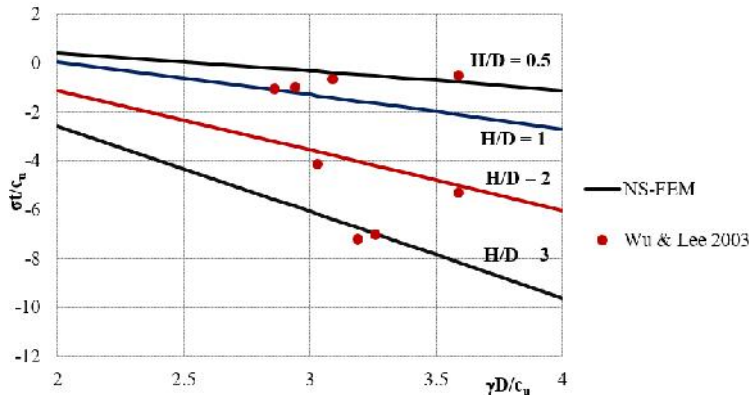
5.1 Phân tích nhiệt hình tròn trong thí nghiệm lý tâm do Wu & Lee thực hiện

5.1.1 Bài toán nhiệt hình tròn trong nền đất sét



Hình 5.1 Nhiệt độ khi $H/D = 0.5$; $D/c_u = 3.5$ Hình 5.2 Nhiệt độ khi $H/D = 1$; $D/c_u = 2.94$

Trên hình vẽ mô tả nồng độ nhiệt: $H/D = 0.5$; $H/D = 1$; $H/D = 2$, kết quả áp dụng bên trong hình vẽ theo thí nghiệm lý tâm rút ra từ hình vẽ và phân tích giá trị sử dụng NS-FEM.



Hình 5.3 So sánh áp dụng kết quả thí nghiệm lý tâm và phân tích giá trị sử dụng NS-FEM

5.1.2 Bài toán nhiệt hình tròn trong nền đất sét

Khi sâu thủng nền đất $H/D = 1$; $H/D = 2$: kết quả thí nghiệm của Wu và Lee rút ra từ hình vẽ và lý thuyết theo NS-FEM, sai số nhỏ nhất của áp dụng kết quả hình vẽ khoảng 6.18%. Ngoài ra, lý thuyết theo

hình học bán kính 2. Tuy nhiên, có thể áp dụng giá trị bài toán phân tích giá trị hình học theo hình học trên và cần chú ý trong các kết quả.

Trong những năm gần đây, Canh. V. Lê sử dụng phương pháp không lồi phân tích giá trị hình học cho bài toán tìm theo tiêu chuẩn chảy dẻo Von-Mises. Sau đó, Hoàng C. Nguyễn *et al.* phân tích giá trị hình học trong các kết quả thí nghiệm của móng băng trên mái dầm sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn trên các phần tử ES-FEM. Năm 2013, Tri P. Trương *et al.* sử dụng phương pháp không lồi EFG phân tích nhiệt hình tròn trong nền đất sét. Năm 2017, Canh. V. Lê sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn trên CS-FEM và kết quả từ tiêu chuẩn SOCP xác định hình thức chịu tải N_x của nền móng băng và nền mái dầm. Gần đây, Thiên. M. Võ *et al.* sử dụng NS-FEM và kết quả từ tiêu chuẩn SOCP xác định giá trị hình học của 2 hình tròn và 2 hình vuông trong nền đất sét chịu tải trọng phân bố đều trên mặt đất.

1.2 Tổng quan về phương pháp phần tử hữu hạn trên nút NS-FEM

Liu và Nguyễn Thới-Tùng đã nghiên cứu kết quả làm việc của biến dạng tập hợp phương pháp không lồi vào phương pháp phần tử hữu hạn FEM gọi là phương pháp phần tử hữu hạn trên S-FEM bao gồm: phương pháp phần tử hữu hạn trên phần tử (CS-FEM), phương pháp phần tử hữu hạn trên nút (NS-FEM), phương pháp phần tử hữu hạn trên các phần tử (ES-FEM).

Vì vậy, việc sử dụng NS-FEM của nhiều tác giả nghiên cứu, chúng ta nhận thấy: Liu *et al.* sử dụng NS-FEM giải bài toán các hệ vi phân và bài toán vi phân theo hình học trên. Nguyễn Thới-Tùng *et al.* sử dụng NS-FEM phân tích giá trị hình học theo hình học trên cho vật liệu nhớt đàn hồi dẻo. Nguyễn Xuân-Hoàng *et al.* giải bài toán tìm theo hình học trên chịu tải trọng lặp (*shakedown analysis*) sử dụng tiêu chuẩn chảy dẻo Von-Mises. Cui *et al.*, Wu *et al.* nghiên cứu NS-FEM giải bài toán truy cập nhiệt 2D và 3D. Wang *et al.* giải bài toán truy cập âm thanh trong kết cấu vữa. Năm 2016, Cui *et al.* sử dụng NS-FEM giải bài toán phân tích dao động do, dao động cưỡng bức và phân tích phi tuyến hình học các cấu trúc mỏng và kết cấu.

Wang *et al.* sử dụng NS-FEM phân tích tích nh và ứng h c trong bài toán t m m ng và t m Reissner-Mindlin.

K t l u n ch ng 1

Hì n nay, các nghiên c u v phân tích gi i h n trong a k thu t theo nh lý c n trên th ng s đ ng FEM. Trong khi ó, NS-FEM c s đ ng khi phân tích gi i h n bài toán c h c v t r n, phân tích v t n t c a t m, bài toán truy n nhi t, truy n âm thanh trong k t c u v , Tuy nhiên, NS-FEM ch a c áp đ ng r ng rãi vào phân tích gi i h n trong các bài toán a k thu t. Do ó, trong lu n án này, tác gi th c hi n phân tích gi i h n theo nh lý c n trên s đ ng NS-FEM phân tích h s s c ch u t i c a n đ i móng b ng và t i t r ng gi i h n c a h m ng m.

CH NG 2 C S LÝ THUY T PHÂN TÍCH GI I H N THEO NH LÝ C N TRÊN S Đ NG PH NG PHÁP PH N T H U H N TR N TRÊN NÚT (NS-FEM)

2.1 Phân tích gi i h n theo nh lý c n trên

Kh o sát v t th c ng d o lý t ng trong mi n $\Omega \in \mathbb{R}^2$ có biên Γ trên toàn mi n v t th , trong ó bao g m biên ng h c Dirichlet Γ_u ràng bu c v chuy n v , và biên t nh h c Neumann Γ_t khi ch u l c trên biên \mathbf{g} , l c th tích \mathbf{f} ng th i th a mẫ i u ki n, $\Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma, \Gamma_u \cap \Gamma_t = \emptyset$.

Theo nh lý c n trên, v t th b phá h y khi và ch khi t n t i t r ng chuy n v kh đ ng $\mathbf{u} \in U$ sao cho:

$$W_{int}(\mathbf{u}) < W_{ext}(\mathbf{u})$$

$$W_{int}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} D_p(\mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{T}^T d\Omega$$

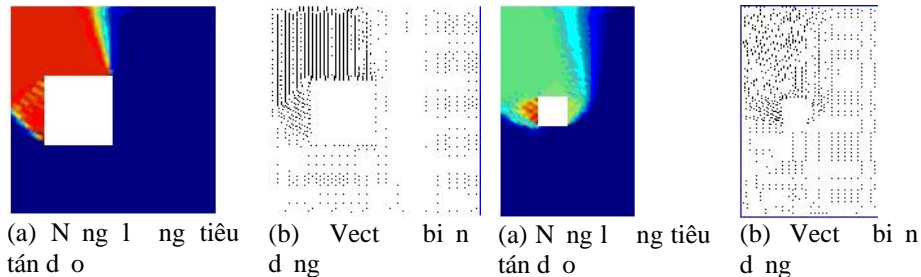
$$W_{ext}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{f}^T \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{g}^T \mathbf{u} d\Gamma \geq 0 \quad (2.1)$$

$$\mathbf{u} = \nabla \mathbf{u} \text{ trong } \Omega$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ trên } \Gamma_u$$

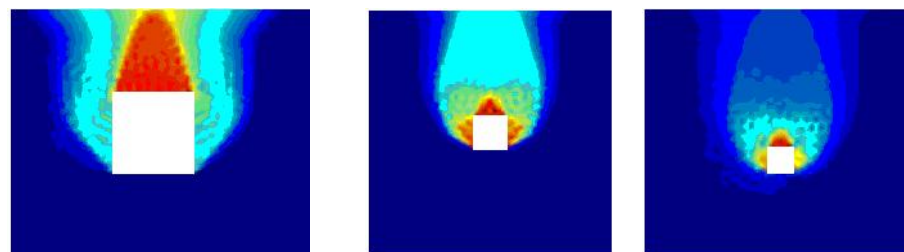
Bi u th c tính công ngo i l c tác đ ng lên v t th c bi u đ i n g m 2 thành ph n: $W_{ext}^0(\mathbf{u})$ là công ngo i c a l c không gây ra phá h y v t th $\mathbf{g}_0, \mathbf{f}_0$ và $W_{ext}(\mathbf{u})$

4.2.2 Tr ng h p 2 h m vuông ch u t i t r ng phân b u trên b m t t



Hình 4.12 Mô hình h m vuông khi $H/B = 1, B/c = 1, S/B = 2, w = 10^0$

Hình 4.13 Mô hình h m vuông khi $H/B = 3, B/c = 1, S/B = 3.5, w = 10^0$

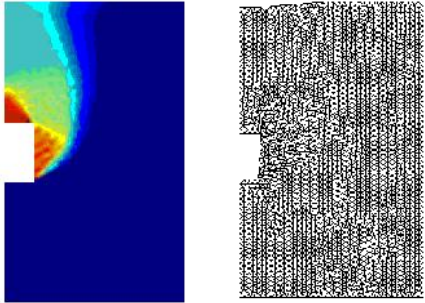


Hình 4.14 N ng l ng tiêu tán đ o khi c c u t r t c a các h m c l p nhau

Hình 4.14 th hi n n ng l ng tiêu tán đ o t ng ng v i 3 t r ng h p sâ u t h m thay i khác nhau và góc ma sát trong $w = 10^0$. Khi sâ u t h m $H/B = 1, H/B = 3, H/B = 5$ thì t ng ng v i kho ng cách 2 h m là $S = 3.5B, S = 7B, S = 10B$ c c u t r t c a bài toán 2 h m ng m tròn s gi ng nh c c u t r t bài toán m t h m n làm vi c c l p, khi ó t i t r ng gi i h n c a h m ng m t giá tr l n nh t.

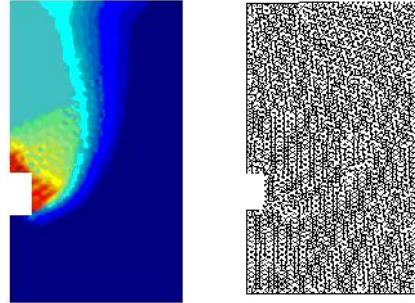
K t l u n ch ng 4

Bài toán phân tích t i t r ng gi i h n c a h m ng m trong n n t sét ch u t i t r ng phân b u trên m t t theo nh lý c n trên s đ ng NS-FEM ã c kh o sát. T i t r ng gi i h n s đ ng NS-FEM r t phù h p v i k t qu c a Yamamoto *et al.* khi s đ ng ph ng pháp ph n t h u h n FEM



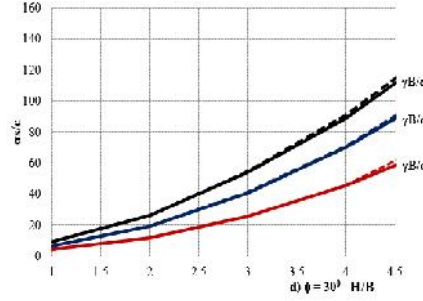
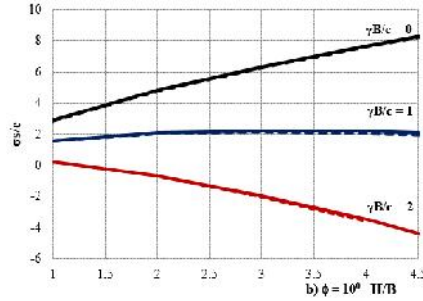
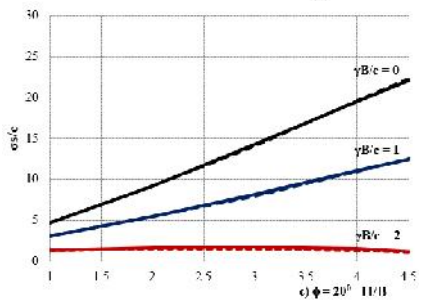
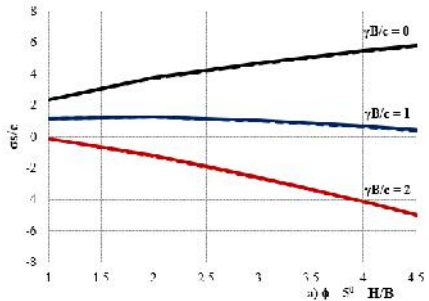
(a) N ng l ng tiêu tán d o (b) Tr ng bi n d ng

Hình 4.9 Mô hình h m vuông khi $H/B = 2$, $B/c = 1, W = 5^0$



(a) N ng l ng tiêu tán d o (b) Tr ng bi n d ng

Hình 4.10 Mô hình h m vuông khi $H/B = 4$, $B/c = 1, W = 5^0$



Hình 4.11 T i tr ng gi i h n c a h m vuông theo l i gi i NS-FEM và Yamamoto *et al.* v i các tr ng h p: a) $W = 5^0$, b) $W = 10^0$, c) $W = 20^0$, d) $W = 30^0$ (t i p xúc tr n)

K t qu so sánh t i tr ng gi i h n c a h m vuông trong n n t sét ch u t i tr ng phân b u trên m t t theo NS-FEM và Yamamoto *et al.* v i i u ki n t i p xúc tr n c th hi n trên hình 4.11.

là công ngo i c a l c tr c t i p gây ra phá h y v t th g, f. Khi ó t i tr ng gi i h n s c quy t nh b i h s t i tr ng r^+ sao cho:

$$W_{int}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} D_p(\mathbf{u}) d\Omega < r^+ W_{ext}(\mathbf{u}) + W_{ext}^0(\mathbf{u}) \quad (2.2)$$

N u nh ngh a $C = \{\mathbf{u} \in U | W_{ext}(\mathbf{u}) = 1\}$, t i tr ng gi i h n r^+ c xác nh khi gi i bài toán t i u sau:

$$r^+ = \min_{\mathbf{u} \in C} \int_{\Omega} D_p(\mathbf{u}) d\Omega - W_{ext}^0(\mathbf{u}) \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \nabla \mathbf{u} & \text{trong } \Omega \\ \mathbf{u} = 0 & \text{trên } \Gamma_u \\ W_{ext}(\mathbf{u}) = 1 \end{cases}$$

2.2 Phân tích gi i h n c a n n t theo nh lý c n trên s d ng ph ng pháp ph n t h u h n tr n trên nút NS-FEM

2.2.1 Tóm t t ph ng pháp ph n t h u h n tr n trên nút NS-FEM

Ph ng pháp ph n t h u h n tr n trên nút NS-FEM s d ng k thu t tích phân trên nút và k thu t tr n hóa bi n d ng cho ph n t d a vào ph ng pháp không l i do Chen *et al.* xu t. Mi n bài toán Ω c chia thành các mi n con $\Omega^{(k)}$

t ng ng v i nút k th a m n $\Omega = \sum_{k=1}^{N_n} \Omega^{(k)}$ và $\Omega^i \cap \Omega^j = \emptyset$, $i \neq j$ trong ó N_n là t ng s nút trong toàn b mi n bài toán.

i v i ph n t tam giác, m i mi n con $\Omega^{(k)}$ t ng ng v i nút k c t o ra b ng cách n i i m gi a trên c nh c a ph n t và tr ng tâm c a ph n t t ng ng. Do ó, m i ph n t tam giác c chia thành 3 mi n con t giác và m i mi n con t giác c k t n i v i nút g n nh t xung quanh nút k.

Trong NS-FEM, t c bi n d ng tr n trong mi n $\Omega^{(k)}$ t ng ng v i nút k c tính toán b ng cách s d ng t c bi n d ng xác nh theo ph ng pháp ph n t h u h n FEM là $v(\mathbf{x}) = \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})$ nhân v i hàm tr n $\Phi_k(\mathbf{x})$

$$\tilde{v}_k = \int_{\Omega^{(k)}} (\mathbf{x}) \Phi_k(\mathbf{x}) d\Omega = \int_{\Omega^{(k)}} \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) \Phi_k(\mathbf{x}) d\Omega \quad (2.4)$$

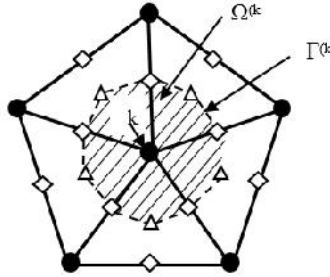
Trong ó $\Phi_k(\mathbf{x})$ là hàm tr n có giá tr d ng và th a m n c tính n v

$$\int_{\Omega^{(k)}} \Phi_k(\mathbf{x}) d\Omega = 1 \quad (2.5)$$

n gi n, hàm tr n $\Phi_k(\mathbf{x})$ c gi nh là h ng s và tính toán nh sau

$$\Phi_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1/A^{(k)}, & \mathbf{x} \in \Omega^{(k)} \\ 0, & \mathbf{x} \notin \Omega^{(k)} \end{cases} \quad (2.6)$$

trong đó $A^{(k)} = \int_{\Omega^{(k)}} d\Omega$ là diện tích của miền con $\Omega^{(k)}$ và biểu diễn trên miền $\Omega^{(k)}$ có thể biểu diễn như sau:



●: nút của phần tử tam giác Δ: nút ở trọng tâm phần tử ◇: nút ở trung điểm cạnh phần tử

Hình 2.1 Phần tử tam giác và miền trong phần tử ở nút k trong phương pháp phần tử hữu hạn trong NS-FEM

$$\tilde{k} = \frac{1}{A^{(k)}} \int_{\Gamma^{(k)}} \mathbf{n}^{(k)}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) d\Gamma = \frac{1}{A^{(k)}} \int_{\Gamma^{(k)}} \mathbf{n}^{(k)}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{N}_I \mathbf{d}_I d\Gamma \quad (2.7)$$

trong đó $\Gamma^{(k)}$ là biên của miền $\Omega^{(k)}$ như hình 2.1 và $\mathbf{n}^{(k)}$ là ma trận có các thành phần là vectơ pháp tuyến trên cạnh biên $\Gamma^{(k)}$ và các biểu diễn trong bài toán biểu diễn như sau

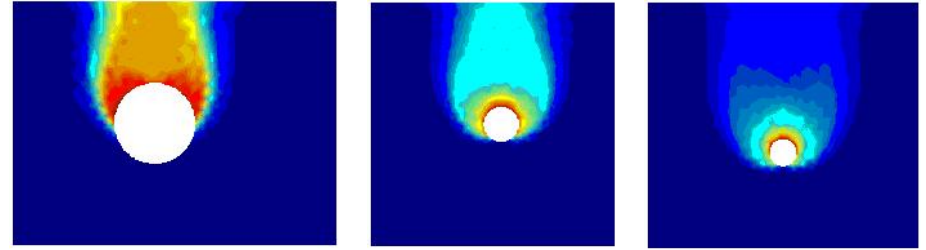
$$\mathbf{n}^{(k)}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} n_x^{(k)} & 0 \\ 0 & n_y^{(k)} \\ n_y^{(k)} & n_x^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Biểu diễn trên miền $\Omega^{(k)}$ phần tử ở nút k công thức (2.7) có thể viết như sau:

$$\tilde{k} = \sum_{I \in N^{(k)}} \tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_I \quad (2.9)$$

Trong đó $N^{(k)}$ là số nút có kết nối với nút k và ma trận biểu diễn $\tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{x}_k)$ trên miền $\Omega^{(k)}$ có thể xác định theo công thức

sâu th thay i. Kết quả cho thấy năng lượng tiêu tán do theo phân tích giải bằng NS-FEM phù hợp với các kết quả của Yamamoto *et al*

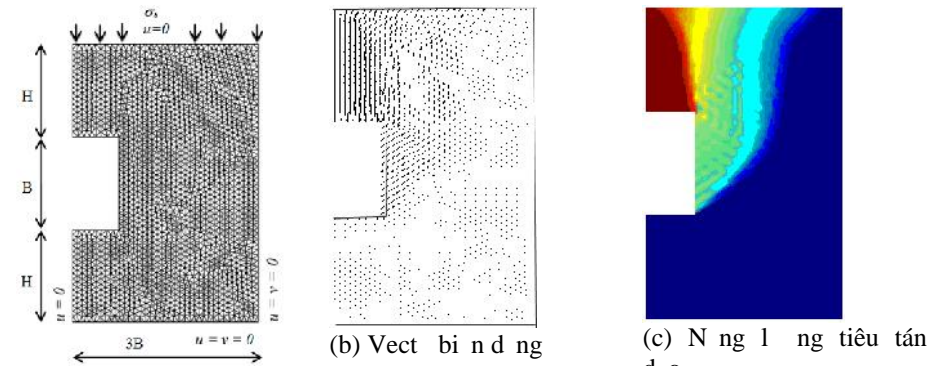


(a) Năng lượng tiêu tán do khi $H/D = 1, D/c = 1, S/D = 3.5, w = 10^0$
 (b) Năng lượng tiêu tán do khi $H/D = 3, D/c = 1, S/D = 7, w = 10^0$
 (c) Năng lượng tiêu tán do khi $H/D = 5, D/c = 1, S/D = 10, w = 10^0$
 Hình 4.7 Năng lượng tiêu tán do khi các cấu trúc các hình khác nhau

Hình 4.7 thể hiện năng lượng tiêu tán do trong ống với ba trường hợp sâu th thay i khác nhau và góc ma sát trong $\phi = 10^0$. Khi sâu th $H/D = 1, H/D = 3, H/D = 5$ thì tổng năng lượng tiêu tán là $S = 3.5D, S = 7D, S = 10D$ các cấu trúc của bài toán 2 hình tròn sgi ngh c c u t bài toán m th m n làm vì c c l p, khi ó t i t r n g g i h n c a h m n g m t giá trị l n n h t.

4.2 Phân tích trạng thái giải h n c a h m vuông trong n t sét s d ng NS-FEM

4.2.1 Trạng h p l h m vuông ch u t i t r n g p h n b u t r n b m t t



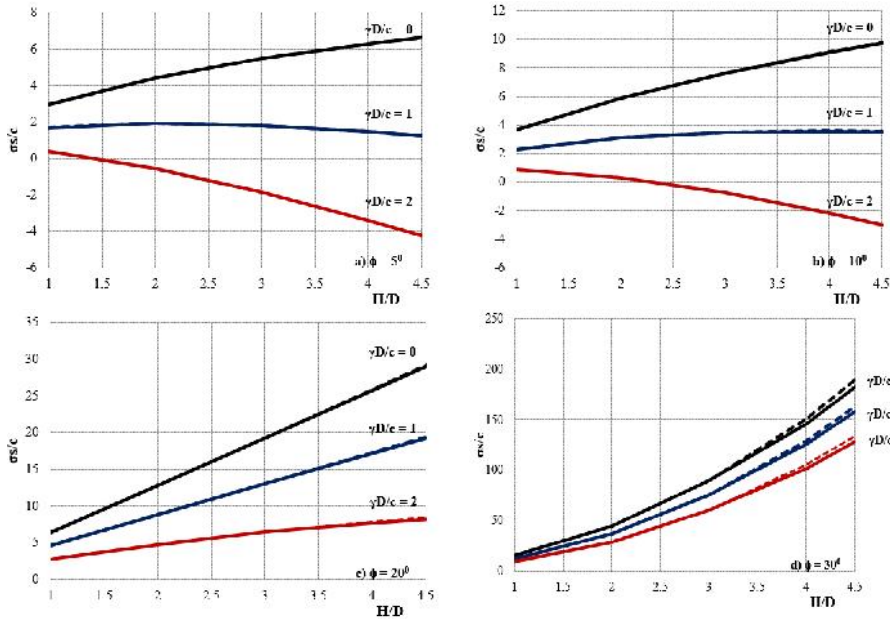
(a) Mô hình chia l i h m vuông

(b) Vectơ biểu diễn

(c) Năng lượng tiêu tán do

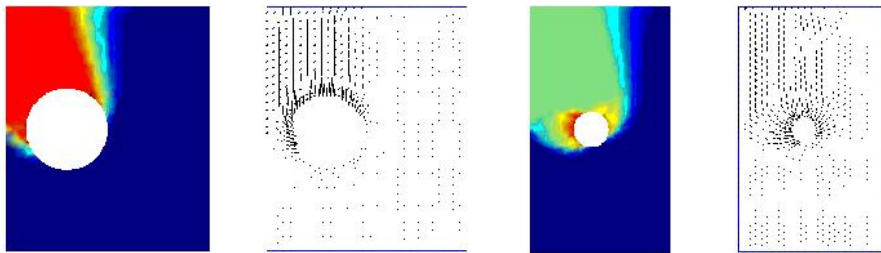
Hình 4.8 Mô hình h m vuông khi $H/B = 1, B/c = 1, w = 5^0$

Kết quả so sánh tỉ lệ biến dạng hình học của hình tròn trong nền đất sét chủ yếu dựa trên phân bố ứng suất theo NS-FEM và Yamamoto *et al.* với điều kiện tiếp xúc trên các thể hiện trên hình 4.4.



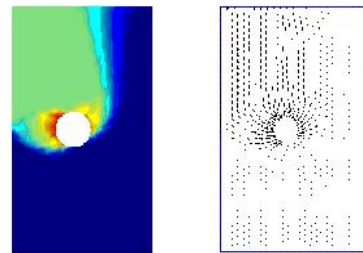
Hình 4.4 Tỉ lệ biến dạng hình học của hình tròn theo lý thuyết NS-FEM và Yamamoto *et al.* với các trường hợp: a) $w = 5^\circ$, b) $w = 10^\circ$, c) $w = 20^\circ$, d) $w = 30^\circ$ (tiếp xúc trên)

4.1.2 Trường hợp 2 hình tròn chụm tiếp xúc phân bố ứng suất trên bề mặt



(a) Ứng suất tiêu tán do (b) Vectơ biến dạng

Hình 4.5 Mô hình hình tròn khi $H/D = 1$, $D/c = 1$, $S/D = 1.5$, $w = 10^\circ$



(a) Ứng suất tiêu tán do (b) Vectơ biến dạng

Hình 4.6 Mô hình hình tròn khi $H/D = 3$, $D/c = 1$, $S/D = 3.5$, $w = 10^\circ$

Hình 4.5, 4.6 thể hiện so sánh ứng suất tiêu tán do và trường ứng biến dạng của 2 hình tròn khi phân tích giải pháp theo lý thuyết NS-FEM và

$$\tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{Ix}(\mathbf{x}_k) & 0 \\ 0 & \tilde{b}_{Iy}(\mathbf{x}_k) \\ \tilde{b}_{Iy}(\mathbf{x}_k) & \tilde{b}_{Ix}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Và các tính toán bằng phương pháp

$$b_{hh}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{A^{(k)}} \int_{\Gamma^{(k)}} n_h^{(k)}(\mathbf{x}) \mathbf{N}_I(\mathbf{x}) d\Gamma \quad (h = x, y) \quad (2.11)$$

Khi trường chuyển vị theo cách thức theo biên $\Gamma^{(k)}$ là tuyến tính, các nghiệm tích phân Gauss là tích phân theo miền biên $\Gamma^{(k)}$ của miền con $\Omega^{(k)}$, phương trình trên có thể viết lại như sau:

$$b_{hh}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{A^{(k)}} \sum_{i=1}^M \mathbf{N}_I(\mathbf{x}_i^{GP}) n_{ih}^{(k)} l_i^{(k)} \quad (h = x, y) \quad (2.12)$$

Trong đó M là tổng số các biên $\Gamma_i^{(k)}$, \mathbf{x}_i^{GP} là nghiệm Gauss và vị trí trung tâm của miền biên $\Gamma_i^{(k)}$ với chiều dài $l_i^{(k)}$ và pháp tuyến ngoài $n_{ih}^{(k)}$.

Công thức (2.9) cho biết trong NS-FEM, các nghiệm xác định hàm dạng tích phân tích trên biên $\Gamma_i^{(k)}$ và không cần thiết phải tích phân tích. Các biến tích phân tam giác, ma trận biến dạng có thể viết lại như sau

$$\tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{A^{(k)}} \sum_{j=1}^{N_e^{(k)}} \frac{1}{3} A_e^{(j)} \mathbf{B}_j \quad (2.13)$$

Trong đó $N_e^{(k)}$ là số phần tử xung quanh nút k , $A_e^{(j)}$ và \mathbf{B}_j là diện tích và ma trận biến dạng của phần tử j xung quanh nút k , và $A^{(k)}$ là diện tích của miền con $\Omega^{(k)}$ tính toán theo công thức

$$A^{(k)} = \int_{\Omega^{(k)}} d\Omega = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{N_e^{(k)}} A_e^{(j)} \quad (2.14)$$

2.2.2 Thuật toán phân tích giải pháp bằng phương pháp phần tử hữu hạn trên nút NS-FEM

Khi sử dụng NS-FEM phân tích tỉ lệ biến dạng theo lý thuyết trên, miền bài toán rời rạc thành N_e phần tử tam giác và N_n nút. Các biến dạng trên các phần tử tính toán theo công thức (2.9), khi đó tỉ lệ biến dạng r^+ xác định khi giải bài toán tỉ lệ biến dạng viết lại như sau:

$$r^+ = \min \left(\sum_{j=1}^{N_n} c_j A_j \cdot \cos w - W_{ext}^0(\mathbf{d}) \right) \quad (2.15)$$

Vì ràng buộc

$$\begin{cases} \mathbf{d} = \mathbf{0} & \text{trên } \Gamma_u \\ W_{ext}(\mathbf{d}) = 1 \\ \tilde{\mathbf{B}}_{xx}^j \mathbf{d} + \tilde{\mathbf{B}}_{yy}^j \mathbf{d} = \sigma_j \sin w & j=1, 2, \dots, N_n \\ \sigma_j \geq \|\mathbf{j}\| & j=1, 2, \dots, N_n \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ j \\ \dots \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\tilde{\mathbf{B}}_{xx}^j \mathbf{d} - \tilde{\mathbf{B}}_{yy}^j \mathbf{d}) \\ 2\tilde{\mathbf{B}}_{xy}^j \mathbf{d} \end{bmatrix}$$

Trong đó c_j - lực dính của đất, w - góc ma sát trong của đất, A_j - diện tích của phần xung quanh nút thứ j , N_n - tổng số nút trong miền bài toán, \mathbf{d} - vectơ chuyển vị nút, $\tilde{\mathbf{B}}^j$ - ma trận biến dạng trong xung quanh nút k . Tổng số biến số trong bài toán tối ưu sử dụng NS-FEM (2.15) là $N_{var} = 5N_n$.

Kết luận chương 2

Dựa vào các lý thuyết đã trình bày, các bước giải bài toán phân tích địa hình theo phương pháp trên sử dụng NS-FEM như sau:

- Thiết lập mô hình bài toán - Rời rạc bài toán thành các phần tam giác
- Tính toán trạng thái biến dạng trên nút
- Hàm chi phí Mohr-Coulomb và biến đổi dạng ràng buộc hình nón bậc hai (SOCP)
- Thiết lập hàm năng lượng tiêu tán do biến dạng trên nút
- Giải bài toán cực tiểu hàm năng lượng tiêu tán do, để xác định cấu trúc địa hình và cấu trúc đất.

CHƯƠNG 3 ÁNH GIÁ KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM SỬ DỤNG NS-FEM

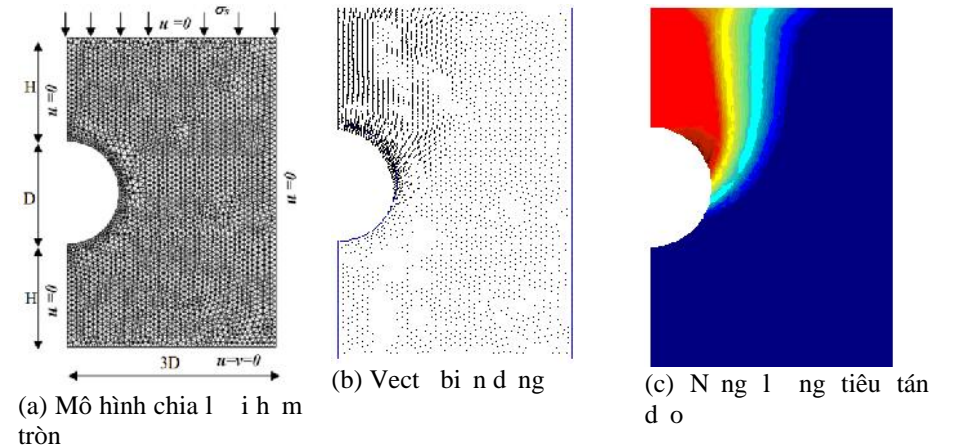
Sử dụng các kết quả là một trong những quan trọng vì kỹ thuật khoan móng. Vì vậy, nghiên cứu thực nghiệm địa hình và kết quả tính toán theo công thức của Terzaghi xuất hiện năm 1943 như sau:

Khi móng tiếp xúc trên và nhám, hệ số dính đất N_x xác định NS-FEM có sự khác biệt không đáng kể so với lý thuyết phương pháp của Meyerhof, Bolton và Lau, Sokolovskii.

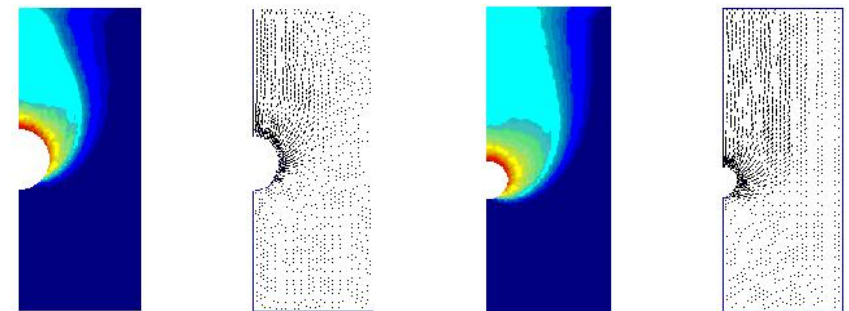
CHƯƠNG 4 PHÂN TÍCH TRẠNG THÁI ĐỊA HÌNH TRONG MÔ HÌNH MŨNG TRONG MÔ HÌNH MŨNG NS-FEM

4.1 Phân tích trạng thái địa hình trong mô hình mung NS-FEM

4.1.1 Trạng thái địa hình trong mô hình mung phân bố trên bề mặt



Hình 4.1 Mô hình hình tròn khi $H/D = 1$, $D/c = 1$, $w = 5^0$

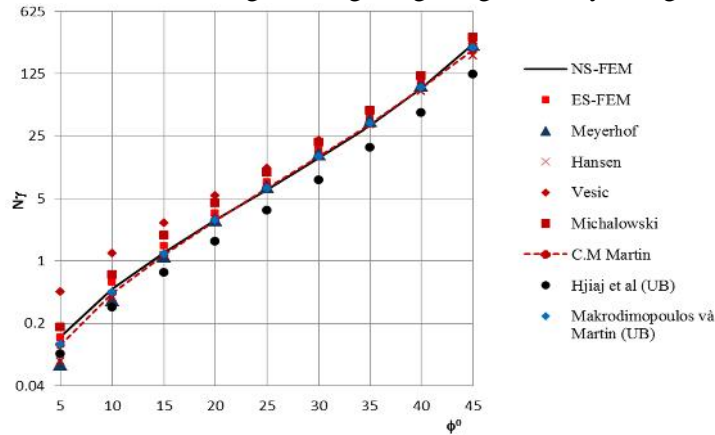


Hình 4.2 Mô hình hình tròn khi $H/D = 2$, $D/c = 1$, $w = 15^0$

Hình 4.3 Mô hình hình tròn khi $H/D = 4$, $D/c = 1$, $w = 15^0$

3.2.2.2 Trường hợp móng ti p xúc nhám (rough footing)

H s s c ch u t i N_x trong tr ãng h p móng ti p xúc nhám s ã d ãng NS-FEM phù h p v i l i g i c a Meyerhof và Hansen, Vesic c s ã d ãng r ãng r ãi trong thi t k n n móng. Hình d ãng n ãm tr ã t c a NS-FEM phù h p v i c c u t r ã t Meyerhof, Vesic, Hansen khi g i thi t g óc nghi ãng d ã i áy móng $45^0+W/2$.



Hình 3.5 H s s c ch u t i N_x cho tr ãng h p móng ti p xúc nhám.

K t l u n ch ãng 3

K t qu mô ph ãng ánh giá kh ãn ãng ch u t i c a n ã t ã i móng b ãng và xác ãnh các h s N_c, N_x trên c s phân tích g i i h n theo ãnh lý c n trên s ã d ãng NS-FEM cho phép rút ra các k t l u n sau:

- ***i v i h s s c ch u t i N_c***

Tr ãng h p ãng x kh ãng thoát n c: h s s c ch u t i t k t qu mô ph ãng có giá tr $N_c = 5,1565$ khác b i t kh ãng áng k s o v i l i g i c a Prandtl $N_c = 2 + \pi$ (sai s x p x 0,27%)

Tr ãng h p ãng x thoát n c: giá tr N_c khác b i t kh ãng áng k s o v i nghi m g i i tích c a Prandtl v i sai s 1 n ãnh t kho ãng 1.62%.

- ***i v i h s s c ch u t i N_x***

$$q_{ult} = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_x \quad (3.1)$$

Trong ó :

q_{ult} - S c ch u t i g i i h n c a n ã móng b ãng

N_c, N_q, N_x - H s s c ch u t i ph ã thu c vào g óc ma sát trong ϕ c a t

B - b r ãng c a móng b ãng

3.1 K i m ch ãng h s s c ch u t i N_c c a n ã d ã i móng b ãng

3.1.1 Thi t l p bài toán phân tích g i i h n theo ãnh lý c n trên

G i thi t b qua ãnh h ãng tr ãng l ãng b ãn ãn ã t n ã n x = 0 và q = 0, khi ó s c ch u t i c a móng b ãng theo công th c (3.1) c v i t l i ãnh sau

$$q_{ult} = cN_c \quad (3.2)$$

Khi $c = 1$ thì $q_{ult} = N_c$. Vì t ãn ãn kh ãng tr ãng l ãng ãn ãn $W_{ext}^0 = 0$, bài toán t i u hóa xác ãnh h s s c ch u t i N_c c thi t l p ãnh sau:

$$N_c = r^+ = \min \left(\sum_{i=1}^{N_n} c \cdot A_i \cdot \} i \cos w \right) \quad (3.3)$$

Ràng bu c:

$$\begin{cases} \mathbf{d} = 0 & \text{trên } \Gamma_u \\ W_{ext}(\mathbf{d}) = 1 \\ \tilde{v}_{xx} + \tilde{v}_{yy} = \} i \sin w \\ \} i \geq \|e^{red}\| = \sqrt{(\tilde{v}_{xx} - \tilde{v}_{yy})^2 + \tilde{x}_{xy}^2}, i = 1, 2, \dots, N_n \end{cases} \quad (3.4)$$

3.1.2 K t qu t ãnh toán

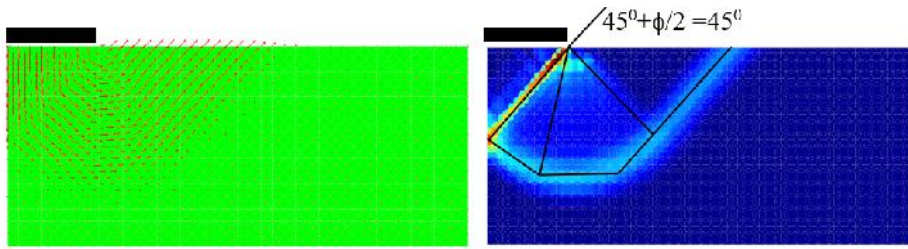
H s s c ch u t i N_c t ãnh toán t l i g i i phân tích g i i h n s ã d ãng NS-FEM c s o sánh v i nghi m g i i tích c a Prandtl theo công th c sau:

$$N_c = [e^{f \tan w} \tan^2 \left(\frac{f}{4} + \frac{w}{2} \right) - 1] \cot w \quad (3.5)$$

v i w và c l ãn l t là g óc ma sát trong và l c ãnh c a t.

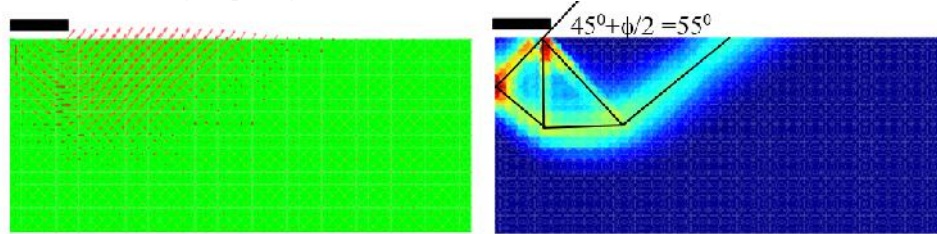
3.1.2.1 Trường hợp ãng x kh ãng thoát n c w = 0

Tr ãng t c b i ã d ãng và ã ãng l ãng tiêu tán ão trong bài toán phân tích g i i h n theo ãnh lý c n trên s ã d ãng NS-FEM c thi h i ãn trên Hình 3.1. Ta ãnh ãn th y r ãng c ch tr ã t c a n ã t có g óc nghi ãng d ã i ãm tr ã t 45^0 , k t qu ãnh phù h p v i c c u t r ã t do Prandtl x u t.

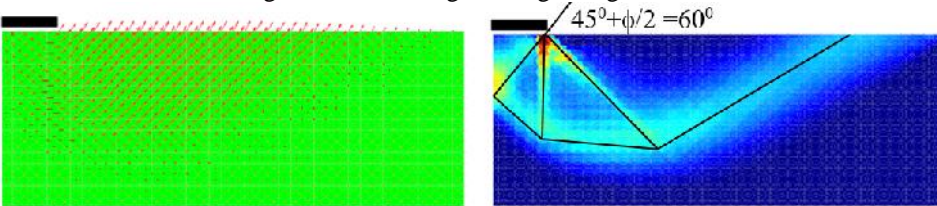


Hình 3.1 Trạng thái ứng suất và cơ chế phá hoại khi $w = 0^\circ$.

3.1.2.2 Trường hợp nghiêng thoát nước $w = 0^\circ$



Hình 3.2 Trạng thái ứng suất và cơ chế phá hoại khi $w = 20^\circ$.



Hình 3.3 Trạng thái ứng suất và cơ chế phá hoại khi $w = 30^\circ$.

Bảng 3.1 Hệ số sức chịu tải N_c khi $w = 5^\circ + 45^\circ$

w	Hệ số sức chịu tải N_c			
	Terzaghi	ES-FEM	Nghiệm giải tích Prandtl	NS-FEM (Sai số %)
5	7.34	6.6593	6.4888	6.5942 (1.62)
10	9.60	8.5884	8.3449	8.4626 (1.41)
15	12.86	11.3271	10.9765	11.1043 (1.16)
20	17.69	15.3475	14.8347	14.9862 (1.02)
25	25.13	21.4899	20.7205	20.9476 (1.09)
30	37.16	31.3796	30.1396	30.3631 (0.73)
35	57.75	48.9029	46.1236	46.3098 (0.40)

40	95.69	80.4779	75.3131	75.7804 (0.62)
45	172.29	150.2515	133.874	135.3556 (1.10)

3.2 Kỹ thuật số sức chịu tải N_x của nền móng băng

3.2.1 Thuật toán phân tích giới hạn theo nguyên lý trên

tính toán hệ số sức chịu tải N_x , giả thiết nền có $c = 0$ và $q = 0$,

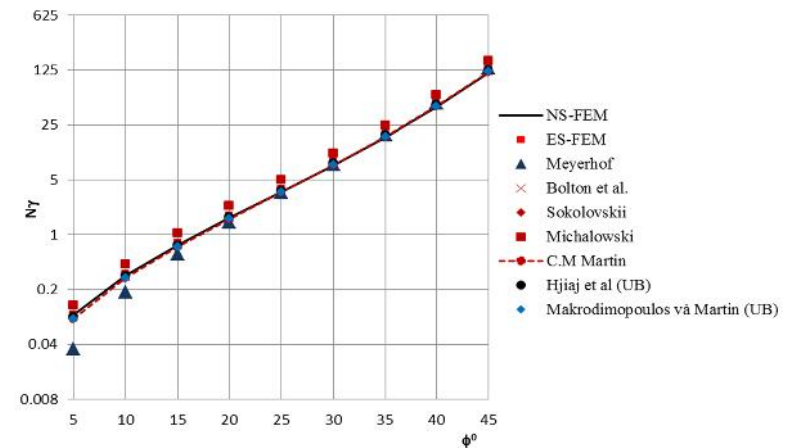
Bài toán tối ưu hóa trở thành:

$$N_x = r^+ = \min \left(\sum_{i=1}^{N_i} c_i A_e^i \cdot t_i \cos w - W_{ext}^0 \right) = \min (-W_{ext}^0(\mathbf{d})) \quad (3.6)$$

$$\text{Ràng buộc: } \begin{cases} \mathbf{d} = 0 & \text{trên } \Gamma_u \\ W_{ext}(\mathbf{d}) = 1 \\ \tilde{v}_{xx} + \tilde{v}_{yy} = t_i \sin w \\ t_i \geq \|e^{red}\| = \sqrt{(\tilde{v}_{xx} - \tilde{v}_{yy})^2 + \tilde{x}_{xy}^2}, i = 1, 2, \dots, N_n \end{cases}$$

3.2.2 Kết quả tính toán

3.2.2.1 Trường hợp móng tiếp xúc trơn (smooth footing)



Hình 3.4 Hệ số sức chịu tải N_x cho trường hợp móng tiếp xúc trơn.

Trong trường hợp móng tiếp xúc trơn, hệ số sức chịu tải N_x được NS-FEM khớp phù hợp với các phương pháp truyền thống của tác giả Meyerhof, Bolton và Lau, Sokolovskii khi góc nghiêng đáy móng $45^\circ + w/2$, với sai số không đáng kể.