

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA**

**CAO TẤN NGỌC THÂN**

**PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ CHUYỂN ĐỘNG  
CHO MỘT SỐ BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC KẾT CẤU**

Chuyên ngành: Kỹ thuật xây dựng công trình dân dụng và công nghiệp  
Mã số chuyên ngành: 62.58.02.08

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT**

**TP. HỒ CHÍ MINH - NĂM 2019**

Công trình được hoàn thành tại **Trường Đại học Bách Khoa – ĐHQG-HCM**

Người hướng dẫn khoa học 1: **PGS. TS. Lương Văn Hải**

Người hướng dẫn khoa học 2: **PGS. TS. Nguyễn Trọng Phước**

Phản biện độc lập 1:

Phản biện độc lập 2:

Phản biện 1:

Phản biện 2:

Phản biện 3:

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng chấm luận án họp tại:

Trường Đại học Bách khoa Tp. Hồ Chí Minh 268 Lý Thường Kiệt, Tp. Hồ Chí Minh

vào lúc      giờ      ngày      tháng      năm 2019.

Có thể tìm hiểu luận án tại thư viện:

- Thư viện Khoa học Tổng hợp Tp. HCM.
- Thư viện Trường Đại học Bách Khoa – ĐHQG-HCM.

**1.1 Giới thiệu**

Mô hình kết cấu dầm và tấm trên nền đàn nhớt chịu tải trọng di chuyển có nhiều ứng dụng trong thực tiễn như tàu cao tốc di chuyển trên đường ray, xe chạy trên mặt đường hay máy bay di chuyển trên đường băng. Chính vì tính ứng dụng rộng rãi trong thực tiễn nên có rất nhiều nghiên cứu về ứng xử của dầm và tấm chịu tải trọng di chuyển sử dụng nhiều phương pháp khác nhau. Phương pháp giải tích có thể cho lời giải chính xác nhưng gặp khó khăn và trở nên bế tắc đối với các bài toán phức tạp như trường hợp hệ có nhiều bậc tự do, chuyển động có gia tốc hoặc xét ứng xử phi tuyến. Phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method-FEM) phù hợp với các bài toán phức tạp nhưng vẫn gặp những hạn chế trong các bài toán liên quan đến tải trọng di chuyển trên kết cấu có chiều dài lớn. Để khắc phục khó khăn của phương pháp FEM, gần đây phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) được đề xuất. Phương pháp MEM đã thể hiện nhiều ưu điểm đối với một số bài toán liên quan đến tải trọng di chuyển, nhưng nghiên cứu phát triển phương pháp MEM cho các bài toán động lực kết cấu chưa được thực hiện nhiều. Trong luận án này, phương pháp MEM được phát triển cho một số bài toán động lực học kết cấu và các bài toán được giải quyết thuận lợi hơn sử dụng phương pháp này.

**1.2 Tình hình nghiên cứu**

Bài toán phân tích ứng xử của dầm và tấm chịu tải trọng di chuyển được nhiều nhà nghiên cứu thực hiện sử dụng phương pháp giải tích như: phương pháp Fourier (Fourier Transform Method-FTM), phương pháp biến đổi Fourier (Fourier Fast Fourier Transform-FFT), phương pháp dải hữu hạn (Finite Strip Method-FSM). Phương pháp giải tích có thể cho lời giải chính xác nhưng đối với các bài toán phức tạp thì việc tìm lời giải giải tích gặp rất khó khăn và có thể bế tắc. Để khắc phục hạn chế trên, nhiều nhà khoa học đã sử dụng phương pháp số cụ thể là phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method-FEM). Tuy nhiên, khi phân tích bài toán tải trọng di chuyển trên kết cấu có chiều dài lớn (được giả thuyết là vô hạn) như bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc hay xe di chuyển trên nền đường thì phương pháp FEM gặp khó khăn do mô

hình tính toán có chiều dài hữu hạn. Hạn chế trên có thể được giải quyết bằng cách mô hình bài toán có chiều dài đủ lớn nhưng chi phí tính toán sẽ gia tăng đáng kể và đòi hỏi cấu hình máy tính cao. Mặc dù vậy, tải trọng vẫn sẽ nhanh tiến tới biên và vượt ra ngoài biên của mô hình tính toán.

Để khắc phục hạn chế trên của phương pháp FEM, Koh và cộng sự [24] đã đề xuất phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) cho bài toán phân tích ứng xử dầm ray tàu cao tốc. Trong phương pháp MEM, các phần tử chuyển động được thiết lập trong một hệ tọa độ chuyển động cùng vận tốc với tải trọng. Ưu điểm của phương pháp MEM được trình bày như sau: một là, tải trọng sẽ không di chuyển đến biên của mô hình tính toán; hai là, vị trí của tải trọng sẽ cố định trong lưới chia phần tử của phương pháp MEM, do đó tránh được việc cập nhật vị trí tải trọng sau mỗi bước thời gian tính toán; ba là, mô hình kết cấu có thể rời rạc với lưới chia không đều nhau và điều này sẽ thuận lợi cho các bài toán có nhiều tải trọng tác dụng; bốn là, số lượng các phần tử trong phương pháp MEM không phụ thuộc vào quãng đường di chuyển của tải trọng trong khoảng thời gian khảo sát. Nhờ vậy, phương pháp MEM cần ít phần tử cũng như thời gian và chi phí tính toán ít hơn so với phương pháp FEM. Gần đây, phương pháp MEM đã được tiếp tục phát triển cho các bài toán phân tích ứng xử của dầm và tấm trong các công trình nghiên cứu của Koh và cộng sự [25, 26], Xu và cộng sự [27], Ang và cộng sự [28], Tran và cộng sự [29-33]. Bên cạnh các công trình nghiên cứu trên thế giới có thể kể đến các công trình nghiên cứu liên quan đến đề tài này trong nước như là: Lương và cộng sự [58], Lê [59], Lương và cộng sự [60].

### **1.3 Tính cấp thiết của đề tài**

Mặc dù phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) đã thể hiện được ưu điểm đối với một số bài toán liên quan đến tải trọng di chuyển, nhưng các nghiên cứu phát triển phương pháp MEM cho các bài toán động lực học kết cấu chưa được thực hiện nhiều. Đối với bài toán dầm, các nghiên cứu trước đây chỉ mới phát triển phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc với mô hình đơn giản 1D tàu-ray-nền. Hạn chế của

các mô hình này là ảnh hưởng của sự khác nhau của các thông số giữa hai ray đến ứng xử của tàu cao tốc chưa khảo sát được.

Đối với bài toán tấm chịu tải trọng di chuyển, chỉ có duy nhất một nghiên cứu phát triển phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử của tấm mỏng theo lý thuyết tấm Kirchhoff trên nền Kelvin chịu tải trọng di chuyển. Nghiên cứu phát triển phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử của tấm Mindlin, tấm composite, tấm vật liệu chức năng (Functionally Graded Material-FGM), tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak dưới tác dụng của tải trọng di chuyển chưa được thực hiện.

#### **1.4 Mục tiêu của luận án**

Các vấn đề nghiên cứu cụ thể trong phạm vi của luận án bao gồm:

- Bài toán dầm: phát triển phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc sử dụng mô hình 3D tàu-ray-nền.
- Bài toán tấm: phát triển phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử của tấm Mindlin, tấm composite và tấm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển. Tiếp theo, phát triển phương pháp phần tử tấm nhiều lớp chuyển động (Multi-layer Moving Plate Method- MPPM) cho bài toán phân tích ứng xử của tấm nhiều lớp.

#### **1.5 Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn**

Về ý nghĩa khoa học, phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) có thuận lợi hơn về thuật toán và kết quả đánh tin cậy trong các bài toán phân tích ứng xử của kết cấu chịu tải trọng di chuyển. Kết quả nghiên cứu trong luận án đóng góp một phương pháp thuận lợi cho các nhà khoa học trong công tác nghiên cứu sau này.

Về ý nghĩa thực tiễn, đối với bài toán dầm thì với mô hình 3D tàu-ray-nền được phát triển trong luận án có thể khảo sát được ảnh hưởng của khá nhiều thông số đến ứng xử của tàu cao tốc một cách chi tiết hơn mà các mô hình trước đây chưa khảo sát được. Điều này rất có ý nghĩa trong công tác thiết kế và bảo trì hệ thống tàu cao tốc trong thực tế. Đối với bài toán tấm, luận án phát triển phương pháp MEM cho các bài toán phân tích ứng xử của nhiều mô

hình tấm khác nhau bao gồm: tấm Mindlin, tấm composite, tấm vật liệu chức năng FGM và tấm nhiều lớp. Các kết quả phân tích trong luận án có đóng góp hữu ích trong công tác thiết kế thực hành và bảo trì các công trình giao thông và công trình khác liên quan đến tải trọng di chuyển.

## **1.6 Phương pháp nghiên cứu**

Phương pháp nghiên cứu trong luận án là phương pháp lý thuyết. Đối với bài toán dầm, mô hình 3D thân tàu, lực tương tác của bánh xe và ray, phương pháp MEM cho mô hình 3D ray-nền được thiết lập. Đối với bài toán tấm, cơ sở lý thuyết của phương pháp MEM cho mô hình tấm Mindlin, tấm composite và tấm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển được xây dựng. Tiếp theo, phương pháp phần tử tấm nhiều lớp chuyển động (Multi-layer Moving Plate Method-MMPM) được phát triển cho bài toán phân tích ứng xử của tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak. Từ cơ sở lý thuyết được thiết lập ở trên, chương trình tính toán bằng ngôn ngữ lập trình Matlab được xây dựng và các ví dụ số khảo sát được thực hiện.

## **1.7 Đối tượng và phạm vi nghiên cứu**

- Bài toán dầm: phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) được phát triển cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc sử dụng mô hình 3D tàu-ray-nền. Hai ray được mô hình bằng hai dầm Euler-Bernoulli đặt trên nền đàn nhớt. Tàu cao tốc được khảo sát trong trường hợp chuyển động đều và độ gồ ghề của ray được giả thuyết theo quy luật hình sin.

- Bài toán tấm: phương pháp MEM được phát triển cho bài toán phân tích ứng xử của nhiều mô hình tấm khác nhau dựa trên lý thuyết tấm Mindlin và đặt trên nền đàn nhớt Pasternak. Tải trọng tác dụng lên tấm giả thuyết dưới dạng lực tập trung di chuyển và không xét đến độ gồ ghề của bề mặt tấm.

## **1.8 Cấu trúc luận án**

Luận án có 5 chương gồm: Mở đầu, Cơ sở lý thuyết, Phương pháp phần tử chuyển động, Ví dụ số minh họa, Kết luận và hướng phát triển, phần Danh mục các công trình đã công bố, phần Danh mục tài liệu tham khảo và phần Phụ lục mã nguồn chính chương trình Matlab. Tổng cộng có 156 trang, trong đó có 69 hình, 53 bảng biểu và các công thức tính toán. Phần phụ lục có 48 trang.

# CHƯƠNG 2.

# CƠ SỞ LÝ THUYẾT

## 2.1 Giới thiệu

Chương này trình bày nội dung cơ sở lý thuyết của bài toán dầm áp dụng để phân tích ứng xử của tàu cao tốc và cơ sở lý thuyết của các bài toán tẩm.

## 2.2 Bài toán dầm chịu tải trọng di chuyển

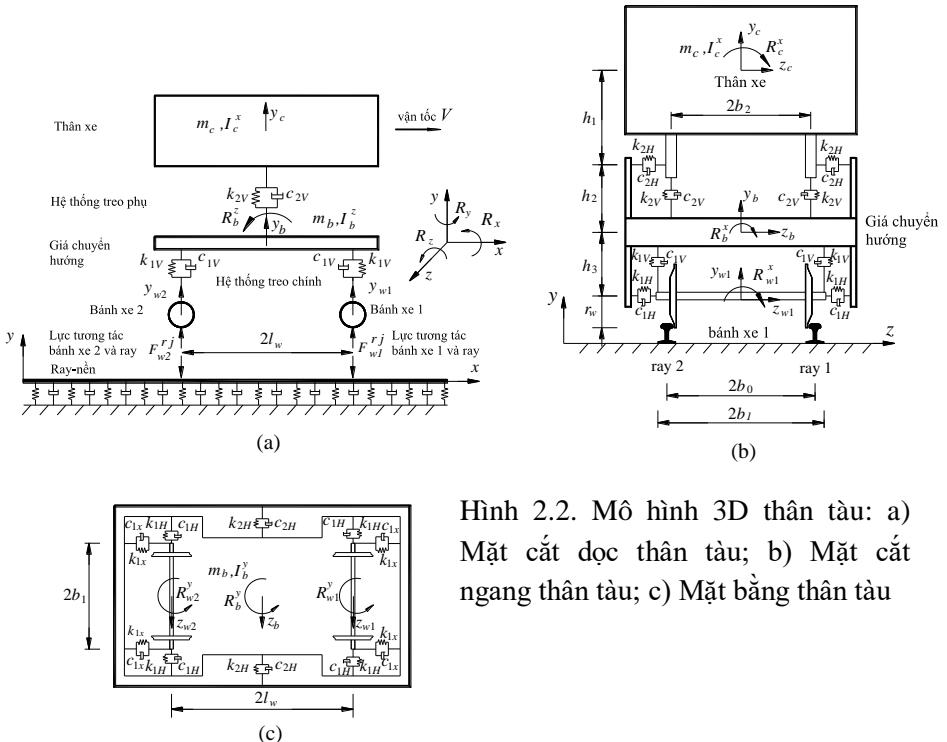
### 2.2.1 Mô hình 3D thân tàu

Luận án phát triển mô hình 3D thân tàu cao tốc với tổng cộng 16 bậc tự do như thể hiện trên Hình 2.2. Vectơ chuyển vị tổng thể của mô hình 3D thân tàu được thiết lập như sau

$$\mathbf{d}_t = \{y_c, z_c, R_c^x, y_b, z_b, R_b^x, R_b^z, y_{w1}, z_{w1}, R_{w1}^x, R_{w1}^y, y_{w2}, z_{w2}, R_{w2}^x, R_{w2}^y\}^T \quad (2.1)$$

Phương trình chuyển động tổng quát của mô hình 3D thân tàu được thiết lập dựa trên phương trình cân bằng và viết gọn lại ở dạng quen thuộc như sau

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{d}}_t + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{d}}_t + \mathbf{K}_t \mathbf{d}_t = \mathbf{P}_t \quad (2.18)$$



Hình 2.2. Mô hình 3D thân tàu: a) Mặt cắt dọc thân tàu; b) Mặt cắt ngang thân tàu; c) Mặt bằng thân tàu

### 2.2.2 Lực tương tác giữa bánh xe và ray

Lực tương tác giữa bánh xe và ray được thể hiện trên Hình 2.3 bao gồm lực tương tác theo phương đứng và lực tương tác theo phương ngang. Lực tương tác Hertzian phi tuyến được sử dụng để mô hình tính toán lực tương tác theo phương đứng  $F_{wi}^{rj}$  giữa bánh xe thứ  $i$  và ray thứ  $j$  như sau

$$F_{wi}^{rj} = \begin{cases} K_H \Delta y_{rj}^{2/3} & \text{khí } \Delta y_{rj} \geq 0 \\ 0 & \text{khí } \Delta y_{rj} < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Lực tương tác theo phương ngang  $F_{wzi}^{rj}$  giữa bánh xe thứ  $i$  và ray thứ  $j$  được sử dụng theo lý thuyết của Kalker

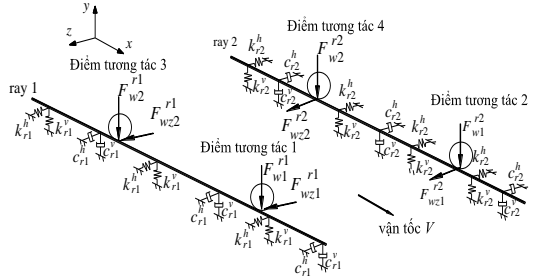
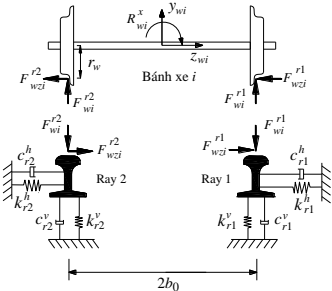
$$F_{wzi}^{rj} = f_{11} \varepsilon_{zwi}^{rj} + f_{12} \varepsilon_{12wi}^{rj} \quad (2.35)$$

### 2.2.3 Mô hình 3D ray-nền

Hai ray được mô hình là hai dầm Euler-Bernoulli đặt trên nền đàn nhớt dưới tác dụng của các lực tương tác theo phương đứng và phương ngang của bánh xe như thể hiện trên Hình 2.5. Phương trình chuyển động tổng quát theo phương đứng và phương ngang của ray thứ  $j (j = 1 \div 2)$  được thiết lập như sau

$$EI_j^v \frac{\partial^4 y_{rj}}{\partial x^4} + m_{rj} \frac{\partial^2 y_{rj}}{\partial t^2} + c_{rj}^v \frac{\partial y_{rj}}{\partial t} + k_{rj}^v y_{rj} = \sum_{i=1}^2 F_{wi}^{rj} \delta(x - S) \quad (2.36)$$

$$EI_j^h \frac{\partial^4 z_{rj}}{\partial x^4} + m_{rj} \frac{\partial^2 z_{rj}}{\partial t^2} + c_{rj}^h \frac{\partial z_{rj}}{\partial t} + k_{rj}^h z_{rj} = \sum_{i=1}^2 F_{wzi}^{rj} \delta(x - S) \quad (2.37)$$



Hình 2.3. Lực tương tác giữa bánh xe và ray

Hình 2.5. Mô hình 3D ray-nền

## 2.3 Bài toán tải trọng di chuyển

### 2.3.1 Lý thuyết của tấm Mindlin

Theo lý thuyết tấm Mindlin, các đoạn thẳng vuông góc với mặt trung gian vẫn là thẳng trong quá trình biến dạng nhưng không còn là vuông góc với



mặt trung gian nữa. Các góc vuông này bị thay đổi một lượng đúng bằng biến dạng trượt trung bình gây ra bởi lực cắt. Như vậy, góc xoay tổng cộng của mặt cắt gồm hai phần: phần thứ nhất do độ võng của tấm khi các pháp tuyến vẫn còn vuông góc với mặt trung bình và phần thứ hai là do biến dạng trượt trung bình gây ra. Các thành phần chuyển vị  $u$ ,  $v$  và  $w$  tại một điểm bất kì trong tấm theo lý thuyết tấm Mindlin được viết như sau

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\beta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\beta_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Nếu gọi  $\gamma_{xz}$  và  $\gamma_{yz}$  lần lượt là các thành phần biến dạng cắt của tấm thì các góc xoay của mặt trung hòa tấm quanh trục  $y$  và trục  $x$  lần lượt được xác định là

$$\beta_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \gamma_{xz}; \quad \beta_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} + \gamma_{yz} \quad (2.43)$$

### 2.3.2 Mô hình nền đàn nhớt Pasternak

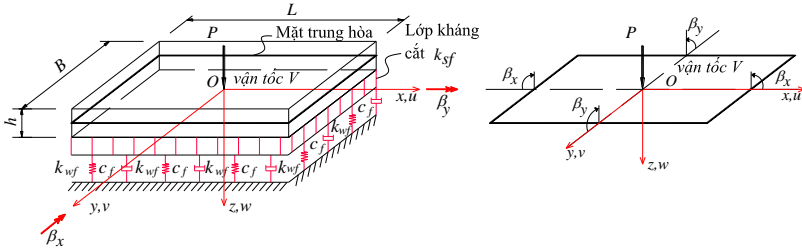
Mô hình nền Winkler được sử dụng rộng rãi để mô hình nền đất, tuy nhiên hạn chế của mô hình nền Winkler là sự không liên tục trong chuyển vị của nền do sự làm việc độc lập của các lò xo. Mô hình nền Pasternak (mô hình nền hai thông số) phản ánh chính xác hơn chuyển vị của nền nhờ thiết lập sự liên kết giữa các lò xo bằng cách đề xuất lớp kháng cắt liên kết đỉnh của các lò xo. Phản lực của nền đàn nhớt Pasternak lên kết cấu tấm được thể hiện dưới dạng toán học (như được trình bày trong nhiều nghiên cứu: Atmane và cộng sự [46], Zenkour và Radwan [48]) là

$$p = k_{wf} \cdot w - k_{sf} \cdot \nabla^2 w + c_f \cdot \dot{w} \quad (2.46)$$

trong đó  $\nabla^2 = \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right]^T$ ;  $k_{wf}$  là thông số nền thứ nhất (hệ số độ cứng nền theo phương đứng);  $k_{sf}$  là thông số nền thứ hai (hệ số kháng cắt của lớp kháng cắt);  $c_f$  là hệ số cản của nền;  $w$  và  $\dot{w}$  lần lượt là chuyển vị và vận tốc của chuyển vị.

### 2.3.3 Tấm Mindlin trên nền đàn nhớt Pasternak

Hình 2.9 thể hiện mô hình tấm Mindlin trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng  $P$  di chuyển với vận tốc  $V$  theo phương trục  $x$ .



Hình 2.9. Tấm Mindlin trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

Trường chuyển vị tại một điểm bất kỳ trong mặt phẳng trục trung hòa của tấm Mindlin được cho bởi

$$\mathbf{u} = [u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \beta_x \quad \beta_y]^T \quad (2.47)$$

Các thành phần chuyển vị  $u$ ,  $v$  và  $w$  theo phương  $x$ ,  $y$  và  $z$  tại một điểm bất kỳ trong tấm được biểu diễn thông qua trường chuyển vị tại điểm tương ứng trên trục trung hòa như sau

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\beta_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\beta_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases} \quad (x, y) \in \Omega, z \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right] \quad (2.48)$$

Áp dụng nguyên lý công ảo, phương trình chuyển động của tấm Mindlin trên nền đàn nhớt Pasternak được thiết lập như sau

$$\int_{\Omega} \left\{ (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_m)^T \quad (\delta \boldsymbol{\kappa})^T \quad (\delta \boldsymbol{\gamma})^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_{mb} \\ \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_b \\ & & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_m \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega} \delta w^T k_{wf} w d\Omega - \int_{\Omega} \delta w^T k_{sf} \nabla^2 w d\Omega + \int_{\Omega} \delta w^T c_f \dot{w} d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{b} d\Omega \quad (2.60)$$

trong đó  $\mathbf{b} = [0 \quad 0 \quad P\delta(x-S)\delta(y-0) \quad 0 \quad 0]^T$  là véc tơ tải trọng tác dụng lên tấm;  $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ ,  $\boldsymbol{\kappa}$  và  $\boldsymbol{\gamma}$  lần lượt là các véc tơ biến dạng màng, biến dạng uốn và biến dạng cắt;  $\mathbf{D}_m$ ,  $\mathbf{D}_{mb}$ ,  $\mathbf{D}_b$  và  $\mathbf{D}_s$  lần lượt là các ma trận vật liệu được cho bởi

$$\mathbf{D}_m, \mathbf{D}_{mb}, \mathbf{D}_b = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} dz; \quad \mathbf{D}_s = \kappa_s \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} Q_{55} & 0 \\ 0 & Q_{44} \end{bmatrix} dz \quad (2.52)$$

với hệ số hiệu chỉnh cắt  $\kappa_s = 5/6$  và các hằng số vật liệu  $Q_{11} = Q_{22} = E / (1 - \nu^2)$ ,  $Q_{12} = \nu E / (1 - \nu^2)$ ,  $Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = E / 2(1 + \nu)$ .

### 2.3.4 Tấm composite trên nền đàn nhớt Pasternak

Tấm composite được cấu tạo gồm nhiều lớp với góc  $\theta$  của hướng sợi khác nhau. Phương trình chuyển động của tấm composite trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng  $P$  di chuyển được viết như sau

$$\int_{\Omega} \left\{ (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_m)^T \quad (\delta \boldsymbol{\kappa})^T \quad (\delta \boldsymbol{\gamma})^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_{mb} \\ \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_b \\ & & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_m \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} d\Omega \quad (2.65)$$

$$+ \int_{\Omega} \delta w^T k_{wf} w d\Omega - \int_{\Omega} \delta w^T k_{sf} \nabla^2 w d\Omega + \int_{\Omega} \delta w^T c_j \dot{w} d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{b} d\Omega$$

trong đó các thông số được định nghĩa giống như công thức (2.60), điểm khác với tấm Mindlin là các ma trận hằng số vật liệu tấm composite được cho bởi

$$\mathbf{D}_m, \mathbf{D}_{mb}, \mathbf{D}_b = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} (1, z, z^2) \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} dz; \quad \mathbf{D}_s = \kappa_s \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{55} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} dz \quad (2.66)$$

với  $\kappa_s = 5/6$  là hệ số hiệu chỉnh cắt;  $\bar{Q}_{ij}$  là hằng số vật liệu chuyển đổi của lớp thứ  $k$  và được viết là (Reddy [74])

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (2.64)$$

### 2.3.5 Tấm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak

Tấm vật liệu chức năng (Functionally Graded Material-FGM) phổ biến được cấu tạo bởi mặt trên là vật liệu giàu gốm và mặt dưới là vật liệu giàu kim loại. Các thuộc tính vật liệu của tấm FGM biến đổi một cách liên tục từ mặt giàu gốm đến mặt giàu kim loại theo hàm tỉ lệ thể tích tuân theo quy luật lũy thừa Power-Law được thiết lập như sau

$$\begin{aligned} E(z) &= (E_c - E_m)(z/h + 1/2)^n + E_m \\ \rho(z) &= (\rho_c - \rho_m)(z/h + 1/2)^n + \rho_m \end{aligned} \quad (2.70)$$

Phương trình chuyển động của tấm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak là

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left\{ (\delta \boldsymbol{\epsilon}_m)^T \quad (\delta \boldsymbol{\kappa})^T \quad (\delta \boldsymbol{\gamma})^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_{mb} \\ \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_b \\ & & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_m \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} d\Omega \\ + \int_{\Omega} \delta w^T k_{wf} w d\Omega - \int_{\Omega} \delta w^T k_{sf} \nabla^2 w d\Omega + \int_{\Omega} \delta w^T c_f \dot{w} d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \mathbf{u})^T \mathbf{b} d\Omega \end{aligned} \quad (2.73)$$

trong đó các ma trận hằng số vật liệu được trình bày như sau

$$\mathbf{D}_m, \mathbf{D}_{mb}, \mathbf{D}_b = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} dz; \quad \mathbf{D}_s = \kappa_s \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} Q_{55} & 0 \\ 0 & Q_{44} \end{bmatrix} dz \quad (2.74)$$

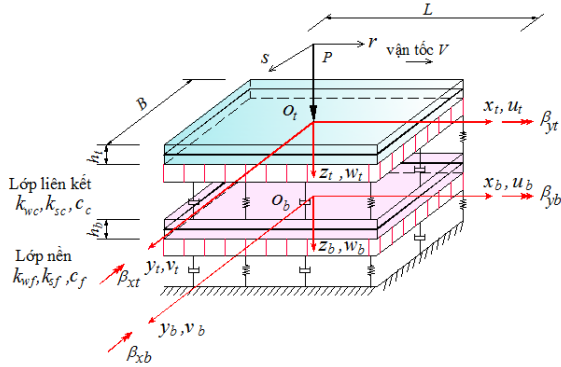
với  $Q_{11} = E(z)/(1-\nu^2)$ ,  $Q_{12} = \nu E(z)/(1-\nu^2)$ ,  $Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = E(z)/2(1+\nu)$

Ma trận khối lượng được  $\mathbf{m}$  được cho bởi

$$\mathbf{m} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 & z^2 & 0 \\ 0 & z & 0 & 0 & z^2 \end{bmatrix} dz \quad (2.75)$$

### 2.3.6 Tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak

Hình 2.15 thể hiện mô hình tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển. Tấm bên trên liên kết với tấm phía dưới thông qua lớp liên kết với hệ số độ cứng  $k_{wc}$ , hệ số kháng cắt  $k_{sc}$  và hệ số cản  $c_c$ . Tấm phía dưới đặt trên nền đất với hệ số độ cứng nền  $k_{wf}$ , hệ số kháng cắt nền  $k_{sf}$  và hệ số cản nền  $c_f$ .



Hình 2.15. Tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

Phương trình chuyển động của tấm bên trên được viết là

$$\int_{\Omega_t} \left\{ (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{mt})^T \quad (\delta \boldsymbol{\kappa}_t)^T \quad (\delta \boldsymbol{\gamma}_t)^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{mt} & \mathbf{D}_{mbt} \\ \mathbf{D}_{mbt} & \mathbf{D}_{bt} \\ & & \mathbf{D}_{st} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{mt} \\ \boldsymbol{\kappa}_t \\ \boldsymbol{\gamma}_t \end{Bmatrix} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u}_t^T \mathbf{m}_t \ddot{\mathbf{u}}_t d\Omega_t \quad (2.78)$$

$$+ \int_{\Omega_t} \delta w_t^T k_{wc} (w_t - w_b) d\Omega_t - \int_{\Omega_t} \delta w_t^T k_{sc} (\nabla^2 w_t - \nabla^2 w_b) d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \delta w_t^T c_c (\dot{w}_t - \dot{w}_b) d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \delta \mathbf{u}_t^T \mathbf{b}_t d\Omega_t$$

Phương trình chuyển động của tấm phía dưới được cho bởi

$$\int_{\Omega_b} \left\{ (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{mb})^T \quad (\delta \boldsymbol{\kappa}_b)^T \quad (\delta \boldsymbol{\gamma}_b)^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_{mbb} \\ \mathbf{D}_{mbb} & \mathbf{D}_{bb} \\ & & \mathbf{D}_{sb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{mb} \\ \boldsymbol{\kappa}_b \\ \boldsymbol{\gamma}_b \end{Bmatrix} d\Omega_b + \int_{\Omega_b} \delta \mathbf{u}_b^T \mathbf{m}_b \ddot{\mathbf{u}}_b d\Omega_b \quad (2.79)$$

$$- \int_{\Omega_b} \delta w_b^T k_{wc} (w_t - w_b) d\Omega_b + \int_{\Omega_b} \delta w_b^T k_{sc} (\nabla^2 w_t - \nabla^2 w_b) d\Omega_b - \int_{\Omega_b} \delta w_b^T c_c (\dot{w}_t - \dot{w}_b) d\Omega_b$$

$$+ \int_{\Omega_b} \delta w_b^T k_{wf} w_b d\Omega_b - \int_{\Omega_b} \delta w_b^T k_{sf} \nabla^2 w_b d\Omega_b + \int_{\Omega_b} \delta w_b^T c_f \dot{w}_b d\Omega_b = 0$$

trong đó ký hiệu ‘ $t$ ’ thể hiện tấm bên trên và ký hiệu ‘ $b$ ’ thể hiện cho tấm phía dưới;  $\mathbf{b}_t = [0 \quad 0 \quad P\delta(x-s)\delta(y-0) \quad 0 \quad 0]^T$  là véc tơ tải trọng tác dụng lên tấm bên trên;  $\mathbf{m}_t, \mathbf{m}_b$  lần lượt là ma trận khối lượng của tấm bên trên và tấm phía dưới;  $\mathbf{D}_{mt}, \mathbf{D}_{mbt}, \mathbf{D}_{bt}, \mathbf{D}_{st}$  và  $\mathbf{D}_{mb}, \mathbf{D}_{mbb}, \mathbf{D}_{bb}, \mathbf{D}_{sb}$  lần lượt là ma trận hằng số vật liệu của tấm bên trên và tấm phía dưới.

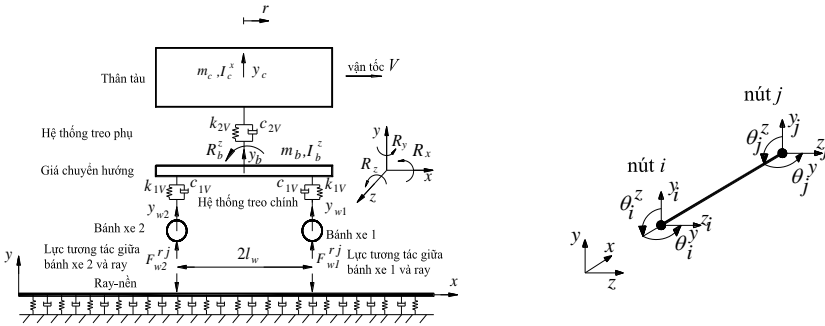
# CHƯƠNG 3. PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ CHUYỂN ĐỘNG

## 3.1 Giới thiệu

Chương này trình bày nội dung xây dựng phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc sử dụng mô hình 3D tàu-ray-nền và các bài toán tấm Mindlin, tấm composite, tấm FGM, tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng đi chuyển.

## 3.2 Phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử tàu cao tốc sử dụng mô hình 3D tàu-ray-nền

Trong phương pháp MEM, một hệ tọa độ tương đối  $r$  có gốc tọa độ chuyển động cùng tải trọng được sử dụng như thể hiện trên Hình 3.1.



Hình 3.1. Hệ tọa độ chuyển động  $r$  Hình 3.2. Phần tử thanh gồm 8 bậc tự do

Phương trình chuyển động theo phương đứng và phương ngang của dầm ray thứ  $j$  được viết lại trong hệ tọa độ  $r$  như sau

$$EI_{rj}^v \frac{\partial^4 y_{rj}}{\partial r^4} + m_{rj} \left( V^2 \frac{\partial^2 y_{rj}}{\partial r^2} - 2V \frac{\partial^2 y_{rj}}{\partial r \partial t} + \frac{\partial^2 y_{rj}}{\partial t^2} \right) + c_{rj}^v \left( \frac{\partial y_{rj}}{\partial t} - V \frac{\partial y_{rj}}{\partial r} \right) + k_{rj}^v y_{rj} = \sum_{i=1}^2 F_{wi}^{rj} \delta(r) \quad (3.6)$$

$$EI_{rj}^h \frac{\partial^4 z_{rj}}{\partial r^4} + m_{rj} \left( V^2 \frac{\partial^2 z_{rj}}{\partial r^2} - 2V \frac{\partial^2 z_{rj}}{\partial r \partial t} + \frac{\partial^2 z_{rj}}{\partial t^2} \right) + c_{rj}^h \left( \frac{\partial z_{rj}}{\partial t} - V \frac{\partial z_{rj}}{\partial r} \right) + k_{rj}^h z_{rj} = \sum_{i=1}^2 F_{wi}^{rj} \delta(r) \quad (3.7)$$

Dầm ray được rời rạc sử dụng phần tử thanh với 8 bậc tự do (Hình 3.2). Véc tơ chuyển vị nút của phần tử dầm ray thứ  $j (j = 1 \div 2)$  được trình bày là

$$\mathbf{d}_{rj}^{(e)} = \left\{ \mathbf{d}_{rj}^v \quad \mathbf{d}_{rj}^h \right\}^T \quad (3.14)$$

trong đó  $\mathbf{d}_{rj}^v, \mathbf{d}_{rj}^h$  lần lượt là véc tơ chuyển vị nút của của phần tử dầm theo phương đứng và phương ngang được cho bởi

$$\mathbf{d}_{rj}^v = \{y_i \quad \theta_i^z \quad y_j \quad \theta_j^z\}^T; \quad \mathbf{d}_{rj}^h = \{z_i \quad \theta_i^y \quad z_j \quad \theta_j^y\}^T \quad (3.15)$$

với  $y_i, z_i, \theta_i^z, \theta_i^y, y_j, z_j, \theta_j^z, \theta_j^y$  lần lượt là chuyển vị đứng, chuyển vị ngang và chuyển vị xoay quanh trục  $y$  và trục  $z$  tại nút  $i$  và nút  $j$  của phần tử.

Áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn Galerkin và thực hiện phép biến đổi, phương trình vi phân chuyển động của phần tử dầm ray thứ  $j (j=1 \div 2)$  được viết gọn dưới dạng thường gặp như sau

$$\mathbf{M}_{rj}^{(e)} \ddot{\mathbf{d}}_{rj}^{(e)} + \mathbf{C}_{rj}^{(e)} \dot{\mathbf{d}}_{rj}^{(e)} + \mathbf{K}_{rj}^{(e)} \mathbf{d}_{rj}^{(e)} = \mathbf{P}_{rj}^{(e)} \quad (3.20)$$

trong đó

$$\mathbf{M}_{rj}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{rj}^v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{rj}^h \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{rj}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{rj}^v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{rj}^h \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{rj}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rj}^v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rj}^h \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}_{rj}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_{rj}^v \\ \mathbf{P}_{rj}^h \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

với  $\mathbf{M}_{rj}^v, \mathbf{M}_{rj}^h, \mathbf{C}_{rj}^v, \mathbf{C}_{rj}^h, \mathbf{K}_{rj}^v, \mathbf{K}_{rj}^h, \mathbf{P}_{rj}^v, \mathbf{P}_{rj}^h$  lần lượt là các ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng của dầm ray thứ  $j (j=1 \div 2)$  với ký hiệu ‘ $v$ ’ thể hiện cho phương đứng và ký hiệu ‘ $h$ ’ thể hiện cho phương ngang. Các ma trận này lần lượt được trình bày như sau

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{rj}^v &= m_{rj} \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_v dr \\ \mathbf{M}_{rj}^h &= m_{rj} \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_h dr \\ \mathbf{C}_{rj}^v &= -2m_{rj} V \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_{v,r} dr + c_{rj}^v \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_v dr \\ \mathbf{C}_{rj}^h &= -2m_{rj} V \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_{h,r} dr + c_{rj}^h \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_h dr \\ \mathbf{K}_{rj}^v &= EI_{rj}^v \int_0^L \mathbf{N}_{v,rr}^T \mathbf{N}_{v,rr} dr + m_{rj} V^2 \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_{v,rr} dr - c_{rj}^v V \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_{v,r} dr + k_{rj}^v \int_0^L \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_v dr \\ \mathbf{K}_{rj}^h &= EI_{rj}^h \int_0^L \mathbf{N}_{h,rr}^T \mathbf{N}_{h,rr} dr + m_{rj} V^2 \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_{h,rr} dr - c_{rj}^h V \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_{h,r} dr + k_{rj}^h \int_0^L \mathbf{N}_h^T \mathbf{N}_h dr \\ \mathbf{P}_{rj}^v &= \int_0^L \mathbf{N}_v^T \sum_{i=1}^2 F_{wi}^{rj} \delta(r) dr \\ \mathbf{P}_{rj}^h &= \int_0^L \mathbf{N}_h^T \sum_{i=1}^2 F_{wi}^{rj} \delta(r) dr \end{aligned} \quad (3.22)$$

với  $\mathbf{N}_v = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$  và  $\mathbf{N}_h = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$  lần lượt là véc tơ các hàm dạng của thành phần chuyển vị theo phương đứng và phương ngang với  $N_i (i=1 \div 4)$  lần lượt là các hàm dạng nội suy Hermitian;  $(\cdot)_{,r}$  và  $(\cdot)_{,rr}$  lần lượt là đạo hàm bậc nhất và bậc hai theo  $r$ . Chú ý rằng, trong phương pháp MEM thì vị trí của tải trọng là cố định trong hệ tọa độ  $r$  và lực tương tác giữa bánh xe và ray được gán tại nút của lưới chia phần tử trong mô hình tính toán. Vì vậy, hầu hết các phần tử đều không tiếp xúc với tải trọng và các véc tơ tải trọng  $\mathbf{P}_{ij}^v$  và  $\mathbf{P}_{ij}^h$  là các véc tơ 0.

Thực hiện ghép nối 2 dầm ray và mô hình 3D thân tàu ta được phương trình chuyển động tổng quát của mô hình 3D tàu-ray-nền như sau

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{r1} & & 0 \\ & \mathbf{M}_{r2} & \\ 0 & & \mathbf{M}_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_{r1} \\ \ddot{\mathbf{d}}_{r2} \\ \ddot{\mathbf{d}}_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{r1} & & 0 \\ & \mathbf{C}_{r2} & \\ 0 & & \mathbf{C}_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{d}}_{r1} \\ \dot{\mathbf{d}}_{r2} \\ \dot{\mathbf{d}}_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{r1} & & 0 \\ & \mathbf{K}_{r2} & \\ 0 & & \mathbf{K}_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{r1} \\ \mathbf{d}_{r2} \\ \mathbf{d}_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_{r1} \\ \mathbf{P}_{r2} \\ \mathbf{P}_t \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Công thức (3.24) được viết gọn lại dưới dạng quen thuộc như sau

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{P} \quad (3.25)$$

trong đó  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  lần lượt là ma trận khối lượng tổng thể, ma trận cản tổng thể, ma trận độ cứng tổng thể của hệ thống 3D tàu-ray-nền. Véc tơ tải trọng tổng thể  $\mathbf{P}$  chỉ thành phần tại vị trí nút gán lực tương tác giữa bánh xe và ray là có giá trị khác 0 còn các thành phần khác có giá trị bằng 0.

### 3.3 Phương pháp MEM cho các bài toán tấm chịu tải trọng di chuyển

#### 3.3.1 Phần tử đẳng tham số

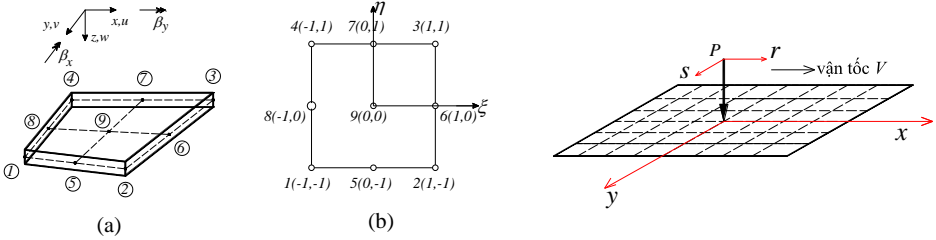
Trong luận án này, phần tử tám tứ giác 9 nút (Quadrilateral nine-node element -  $Q_9$ ) thuộc loại đẳng tham số (Isoparametric element) được sử dụng để mô hình hóa bài toán tấm như thể hiện trên Hình 3.3. Các hàm nội suy Lagrange  $N_i (i=1 \div 9)$  được xác định bởi

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(\xi-1)(\eta-1)\xi\eta; & N_2 &= \frac{1}{4}(\xi+1)(\eta-1)\xi\eta; & N_3 &= \frac{1}{4}(\xi+1)(\eta+1)\xi\eta; \\ N_4 &= \frac{1}{4}(\xi-1)(\eta+1)\xi\eta; & N_5 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(\eta-1)\eta; & N_6 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(\xi+1)\xi; \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(\eta+1)\eta; & N_8 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(\xi-1)\xi; & N_9 &= (1-\xi^2)(1-\eta^2) \end{aligned} \quad (3.26)$$



### 3.3.2 Bài toán tâm Mindlin, tâm composite và tâm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

Rời rạc hóa miền bài toán  $\Omega$  thành  $N_e$  phần tử tứ giác 9 nút đẳng tham số  $Q_9$  sao cho  $\Omega = \bigcup_{e=1}^{N_e} \Omega^{(e)}$  và  $\Omega^{(i)} \cap \Omega^{(j)} \neq \emptyset, i \neq j$ . Sử dụng hệ tọa độ chuyển động  $(r, s)$  có gốc tọa độ được tải trọng  $P$  và chuyển động cùng vận tốc với tải trọng như thể hiện trên Hình 3.4.



Hình 3.3. Phần tử tám tứ giác 9 nút  $Q_9$  đẳng tham số

Hình 3.4. Rời rạc tám thành  $N_e$  phần tử và hệ tọa độ chuyển động  $(r, s)$

Khi tải trọng chuyển động với vận tốc ban đầu  $V_0$  và gia tốc  $a$  thì mối quan hệ giữa hai hệ tọa độ được viết là

$$r = x - V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = -(V_0 + at) = -V \quad (3.36)$$

Sử dụng phép biến đổi tọa độ, phương trình vi phân chuyển động của phần tử tám được thiết lập trong hệ tọa độ  $(r, s)$  như sau

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left\{ (\delta \mathbf{\epsilon}_m)^T \quad (\delta \mathbf{\kappa})^T \quad (\delta \mathbf{\gamma})^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_{mb} \\ \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_b \\ & & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{\epsilon}_m \\ \mathbf{\kappa} \\ \mathbf{\gamma} \end{Bmatrix} dr ds$$

$$+ \int_{\Omega^{(e)}} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m} \left( V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}(r, s)}{\partial r^2} - 2V \frac{\partial^2 \mathbf{u}(r, s)}{\partial r \partial t} - a \frac{\partial \mathbf{u}(r, s)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}(r, s)}{\partial t^2} \right) dr ds \quad (3.43)$$

$$+ \int_{\Omega^{(e)}} \delta w^T k_{vf} w dr ds - \int_{\Omega^{(e)}} \delta w^T k_{sf} \nabla^2 w dr ds + \int_{\Omega^{(e)}} \delta w^T c_f \left( \frac{\partial w(r, s)}{\partial t} - V \frac{\partial w(r, s)}{\partial r} \right) dr ds$$

$$= \int_{\Omega^{(e)}} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b}(r, s) dr ds$$

Sử dụng các phương trình hàm dạng, phương trình chuyển động của phần tử tám được viết gọn lại dưới dạng quen thuộc là

$$\mathbf{M}^{(e)}\ddot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{C}^{(e)}\dot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{K}^{(e)}\mathbf{d}^{(e)} = \mathbf{P}^{(e)} \quad (3.49)$$

trong đó ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng của phần tử tám chuyển động được thiết lập như sau

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(e)} &= \mathbf{m} \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ \mathbf{C}^{(e)} &= -2\mathbf{mV} \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}^T \mathbf{N}_{,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + c_f \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_w \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ \mathbf{K}^{(e)} &= \int_{\Omega^{(e)}} \left\{ \begin{matrix} (\mathbf{B}_m)^T & (\mathbf{B}_b)^T & (\mathbf{B}_s)^T \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{D}_{mb} \\ \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_b \\ & & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}_b \\ \mathbf{B}_s \end{Bmatrix} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ &+ \mathbf{mV}^2 \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}^T \mathbf{N}_{,rr} \det \mathbf{J} d\xi d\eta - \mathbf{m}a \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}^T \mathbf{N}_{,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ &+ k_{wf} \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_w \det \mathbf{J} d\xi d\eta - k_{sf} \int_{\Omega^{(e)}} (\mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_{w,rr} + \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_{w,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ &- c_f V \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_{w,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\ \mathbf{P}^{(e)} &= \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{N}^T \mathbf{b}(r,s) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.50)$$

với  $\mathbf{b}(r,s) = [0 \quad 0 \quad P\delta(r)\delta(s-0) \quad 0 \quad 0]^T$  là véc tơ tải trọng được biến đổi sang hệ tọa độ  $(r,s)$ ;  $()_{,r}$  và  $()_{,rr}$  lần lượt là đạo hàm bậc nhất, bậc hai theo  $r$ ;  $()_{,ss}$  là đạo hàm bậc hai theo  $s$ . Trong phương pháp MEM thì vị trí của tải trọng là cố định trong hệ tọa độ  $(r,s)$  và được gán tại nút của lưới chia phần tử. Do đó, hầu hết các phần tử đều không tiếp xúc với tải trọng và véc tơ tải trọng của phần tử  $\mathbf{P}^{(e)}$  là véc tơ 0.

Ghép nối các ma trận phần tử vào ma trận tổng thể, phương trình chuyển động tổng quát của tám Mindlin được viết như sau

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{P} \quad (3.52)$$

trong đó  $\ddot{\mathbf{d}}$ ,  $\dot{\mathbf{d}}$  và  $\mathbf{d}$  lần lượt là véc tơ gia tốc, vận tốc và chuyển vị tổng thể các nút của tám;  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng tổng thể của tám Mindlin. Véc tơ tải trọng tổng thể  $\mathbf{P}$  của tám chỉ

thành phần tại vị trí nút có gán tải trọng là khác 0 còn các thành phần khác có giá trị bằng 0.

Đối với bài toán composite và tấm FGM trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển, các ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng của phần tử tấm chuyển động được thiết lập tương tự và trình bày giống như công thức (3.50). Tuy nhiên, điểm khác biệt với bài toán tấm Mindlin là ở các ma trận  $\mathbf{D}_m$ ,  $\mathbf{D}_{mb}$ ,  $\mathbf{D}_b$  và  $\mathbf{D}_s$  và ma trận khối lượng  $\mathbf{m}$  của vật liệu composite và vật liệu FGM.

### 3.3.3 Tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

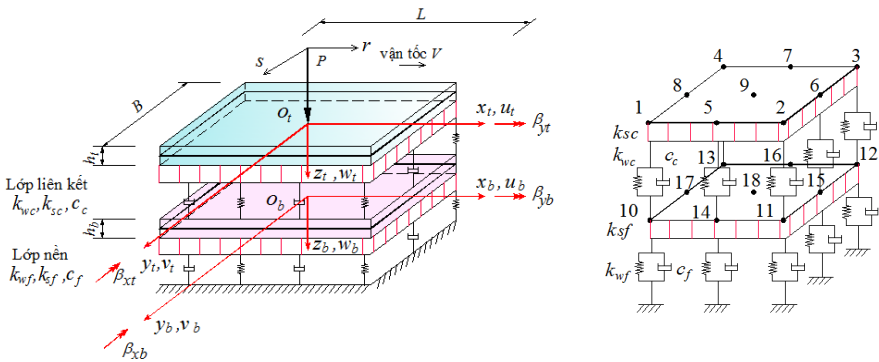
Phương pháp phần tử tấm nhiều lớp chuyển động (Multi-layer Moving Plate Method-MMPM) sử dụng phần tử tứ giác 9 nút, 2 lớp có tổng cộng 90 bậc tự do như trên Hình 3.5. Véc tơ chuyển vị nút của phần tử tấm nhiều lớp là

$$\mathbf{d}^{(e)} = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \beta_{x1} \quad \beta_{y1} \quad \dots \quad u_{18} \quad v_{18} \quad w_{18} \quad \beta_{x18} \quad \beta_{y18}]^T_{90 \times 1} \quad (3.55)$$

Sử dụng hệ tọa độ chuyển động và phép biến đổi tọa độ tương tự, phương trình chuyển động của phần tử tấm bên trên và phần tử tấm phía dưới được thiết lập trong hệ tọa chuyển động  $(r, s)$  là

$$\mathbf{M}_t^{(e)} \ddot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{C}_t^{(e)} \dot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{K}_t^{(e)} \mathbf{d}^{(e)} = \mathbf{P}_t^{(e)} \quad (3.70)$$

$$\mathbf{M}_b^{(e)} \ddot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{C}_b^{(e)} \dot{\mathbf{d}}^{(e)} + \mathbf{K}_b^{(e)} \mathbf{d}^{(e)} = \mathbf{P}_b^{(e)} \quad (3.71)$$



Hình 3.5. Tấm nhiều lớp và phần tử tứ giác 9 nút, 2 lớp gồm 90 bậc tự do

Các ma trận khối lượng, cản và độ cứng của phần tử tấm bên trên được thiết lập như sau

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_t^{(e)} &= \mathbf{m}_t \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_t^T \mathbf{N}_t \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{C}_t^{(e)} &= -2\mathbf{m}_t V \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_t^T \mathbf{N}_{t,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + c_c \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wt} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - c_c \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{K}_t^{(e)} &= \int_{\Omega_t^{(e)}} \left\{ \begin{matrix} (\mathbf{B}_{mt})^T & (\mathbf{B}_{bt})^T & (\mathbf{B}_{st})^T \end{matrix} \right\} \left[ \begin{matrix} \mathbf{D}_{mt} & \mathbf{D}_{mbt} & \\ \mathbf{D}_{mbt} & \mathbf{D}_{bt} & \\ & & \mathbf{D}_{st} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \mathbf{B}_{mt} \\ \mathbf{B}_{bt} \\ \mathbf{B}_{st} \end{matrix} \right\} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - \mathbf{m}_t a \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_t^T \mathbf{N}_{t,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + \mathbf{m}_t V^2 \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_t^T \mathbf{N}_{t,rr} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + k_{wc} \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wt} \det \mathbf{J} d\xi d\eta - k_{wc} \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - k_{sc} \int_{\Omega_t^{(e)}} (\mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wt,rr} + \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wt,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + k_{sc} \int_{\Omega_t^{(e)}} (\mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wb,rr} + \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wb,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - c_c V \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wt,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + c_c V \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_{wt}^T \mathbf{N}_{wb,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{P}_t^{(e)} &= \int_{\Omega_t^{(e)}} \mathbf{N}_t^T \mathbf{b}_t(r,s) \det \mathbf{J} d\xi d\eta
\end{aligned} \tag{3.72}$$

Các ma trận khối lượng, cản và độ cứng của phần tử tám phía dưới là

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_b^{(e)} &= \mathbf{m}_b \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_b^T \mathbf{N}_b \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{C}_b^{(e)} &= -2\mathbf{m}_b V \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_b^T \mathbf{N}_{b,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + c_f \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + c_c \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta - c_c \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wt} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{K}_b^{(e)} &= \int_{\Omega_b^{(e)}} \left\{ \begin{matrix} (\mathbf{B}_{mb})^T & (\mathbf{B}_{bb})^T & (\mathbf{B}_{sb})^T \end{matrix} \right\} \left[ \begin{matrix} \mathbf{D}_{mb} & \mathbf{D}_{mbb} & \\ \mathbf{D}_{mbb} & \mathbf{D}_{bb} & \\ & & \mathbf{D}_{sb} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \mathbf{B}_{mb} \\ \mathbf{B}_{bb} \\ \mathbf{B}_{sb} \end{matrix} \right\} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - \mathbf{m}_b a \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_b^T \mathbf{N}_{b,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + \mathbf{m}_b V^2 \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_b^T \mathbf{N}_{b,rr} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + k_{wf} \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta - c_f V \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - k_{sf} \int_{\Omega_b^{(e)}} (\mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,rr} + \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + k_{wc} \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb} \det \mathbf{J} d\xi d\eta - k_{wc} \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wt} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - k_{sc} \int_{\Omega_b^{(e)}} (\mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,rr} + \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad + k_{sc} \int_{\Omega_b^{(e)}} (\mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wt,rr} + \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wt,ss}) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
&\quad - c_c V \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wb,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + c_c V \int_{\Omega_b^{(e)}} \mathbf{N}_{wb}^T \mathbf{N}_{wt,r} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \\
\mathbf{P}_b^{(e)} &= 0
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Các véc tơ tải trọng nút của phần tử tám bên trên và phần tử tám phía dưới là véc tơ 0 và lần lượt được viết là

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_t^{(e)} &= \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}_{90 \times 1}^T \\ \mathbf{P}_b^{(e)} &= \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}_{90 \times 1}^T \end{aligned} \quad (3.74)$$

Ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng của phần tử tám nhiều lớp chuyển động được thiết lập như sau

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(e)} &= \mathbf{M}_t^{(e)} + \mathbf{M}_b^{(e)} \\ \mathbf{C}^{(e)} &= \mathbf{C}_t^{(e)} + \mathbf{C}_b^{(e)} \\ \mathbf{K}^{(e)} &= \mathbf{K}_t^{(e)} + \mathbf{K}_b^{(e)} \\ \mathbf{P}^{(e)} &= \mathbf{P}_t^{(e)} + \mathbf{P}_b^{(e)} \end{aligned} \quad (3.75)$$

Ghép nối các ma trận phần tử vào ma trận tổng thể, phương trình chuyển động tổng quát của tám nhiều lớp được cho bởi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{P} \quad (3.76)$$

trong đó  $\ddot{\mathbf{d}}$ ,  $\dot{\mathbf{d}}$  và  $\mathbf{d}$  lần lượt là véc tơ gia tốc, vận tốc và chuyển vị tổng thể các nút của tám nhiều lớp;  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng tổng thể của tám nhiều lớp. Véc tơ tải trọng tổng thể  $\mathbf{P}$  của tám nhiều lớp chỉ thành phần tại vị trí nút của tám bên trên có giá trị khác 0 còn các thành phần khác có giá trị bằng 0.

### 3.4 Phương pháp số Newmark và phương pháp Newton-Raphson

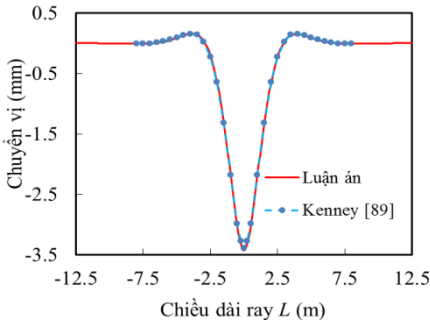
Phương trình vi phân chuyển động của dầm và tám được giải bằng phương pháp số Newmark. Phương pháp Newton-Raphson được sử dụng để tuyến tính hóa lực tương tác phi tuyến giữa bánh xe và ray.

4.1 Giới thiệu chương

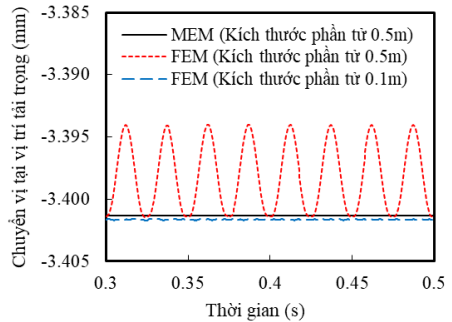
Trong chương này, các ví dụ số minh họa áp dụng của phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc và các bài toán tẩm được trình bày.

4.2 Thuận lợi của phương pháp MEM so với phương pháp FEM

Trước tiên, để kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp MEM thì ứng xử của một dầm ray giả sử tuyệt đối trơn trên nền đàn nhớt chịu tải trọng di chuyển được khảo sát và so sánh với kết quả của Kenney [89] thể hiện trên Hình 4.1. Các kết quả khá trùng khớp với nhau thể hiện độ tin cậy của phương pháp.



Hình 4.1. Chuyển vị của ray dưới tác dụng của tải trọng tập trung di chuyển



Hình 4.6. Chuyển vị tại vị trí tải trọng theo thời gian

Để minh họa tính hiệu quả của phương pháp MEM, bài toán phân tích ứng xử của dầm ray sử dụng hai phương pháp MEM và FEM được thực hiện và so sánh. Hình 4.6 thể hiện chuyển vị phía dưới vị trí tải trọng theo thời gian trong hai phương pháp với lưới chia phần tử khác nhau. Bảng 4.4 so sánh tổng thời gian phân tích trong phương pháp MEM và phương pháp FEM. Để kết quả đạt được chính xác thì phương pháp FEM cần đoạn dầm ray có chiều dài là 30m với 300 phần tử (lưới chia phần tử 0.1m) và tổng thời gian phân tích là 8.365s. Tuy nhiên, phương pháp MEM chỉ cần đoạn dầm ray có chiều dài 20m với 40 phần tử (lưới chia phần tử 0.5m) và tổng thời gian phân tích là 0.870s. Điều này thể hiện phương pháp MEM hiệu quả hơn so với phương pháp FEM.

Bảng 4.4. Thời gian phân tích của hai phương pháp FEM và MEM

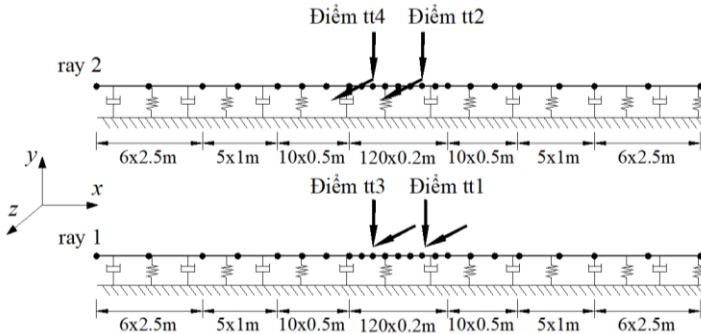
Phương pháp	Chiều dài dầm ray (m)	Kích thước phần tử (m)	Số phần tử	Thời gian phân tích (s)
MEM	20	0.5	40	0.870
FEM	30	0.5	60	1.177
FEM	30	0.1	300	8.365

### 4.3 Phân tích ứng xử của tàu cao tốc với mô hình 3D tàu-ray-nền

Trong mục này, ngoài các thông số riêng được trình bày trong các bài toán, các thông số chung của tàu, ray và nền được sử dụng giống như thông số trong nghiên cứu của Jin và cộng sự [90].

#### 4.3.1 Bài toán 1: Khảo sát sự hội tụ, ổn định và độ tin cậy của phương pháp

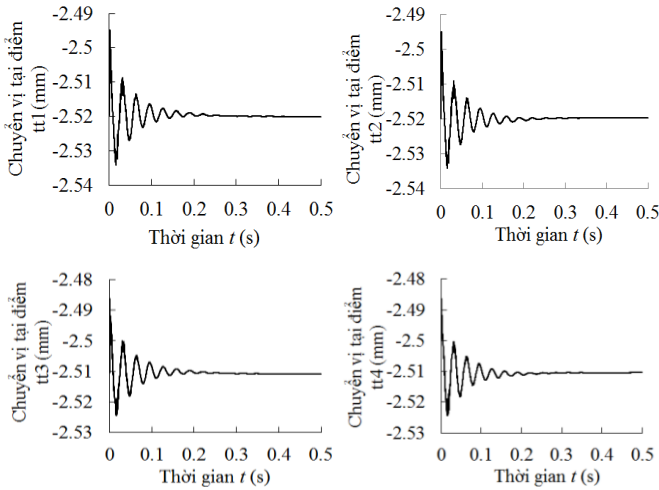
Qua bài toán khảo sát sự hội tụ, hai ray có chiều dài  $L = 74\text{m}$  được rời rạc như thể hiện trên Hình 4.8, bước thời gian phân tích  $\Delta t = 0.0005\text{s}$  và sai số cho phép  $\tau = 10^{-4}$  là đủ để đạt được nghiệm hội tụ và được sử dụng cho các bài toán khảo sát về sau.



Hình 4.8. Mô hình rời rạc dầm ray sử dụng cho các bài toán khảo sát

Hình 4.9 thể hiện chuyển vị theo thời gian tại bốn điểm tương tác trong trường hợp hai ray được giả thuyết là trơn ( $a'_{r1} = a'_{r2} = 0$ ). Kết quả cho thấy chuyển vị của ray tại 4 điểm tương tác hội tụ và ổn định khá tốt, chỉ trừ khoảng thời gian 0.3s đầu thì chuyển vị chưa ổn định do các điều kiện ban đầu của bài toán. Tiếp theo, Bảng 4.15 trình bày so sánh kết quả tính toán chuyển vị của bánh xe và chuyển vị của ray tại 4 điểm tương tác trong mô hình 3D tàu-ray-

nền (luận án) và trong mô hình 1D tàu-ray-nền (Koh và cộng sự [24]). Các kết quả khá trùng khớp với nhau thể hiện độ tin cậy của phương pháp.



Hình 4.9. Chuyển vị tại bốn điểm tương tác trong trường hợp ổn định

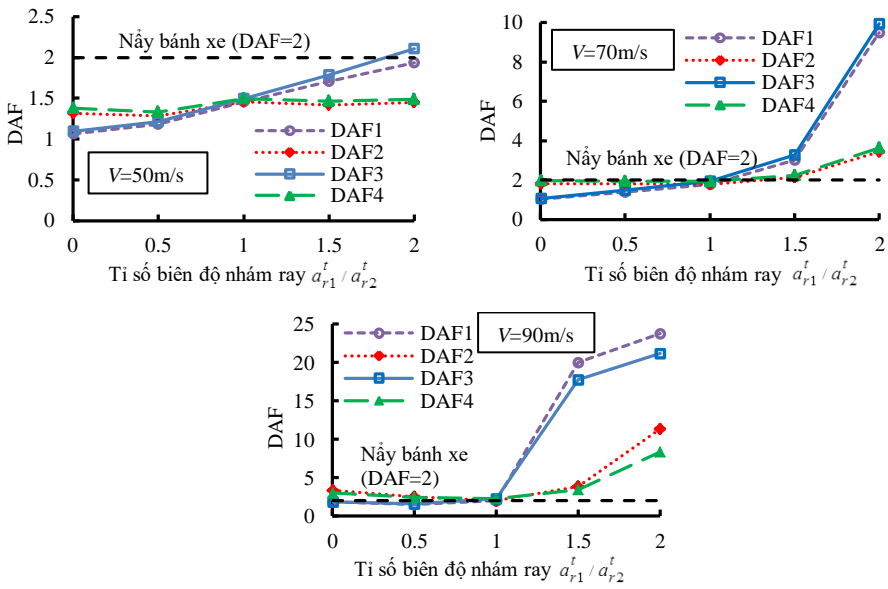
Bảng 4.15. So sánh chuyển vị tính toán từ mô hình 3D tàu-ray-nền (luận án) và mô hình 1D tàu-ray-nền (Koh và cộng sự [24])

Khoảng cách hai bánh xe $l_w$ (m)	Chuyển vị (mm)		Mô hình 3D (luận án)	Mô hình 1D (Koh và cộng sự [24])
4.8	Bánh xe	Bánh xe 1	1.6621	1.6653
		Bánh xe 2	1.6624	
	Chuyển vị của ray	Điểm tương tác 1	1.6042	1.6065
		Điểm tương tác 2	1.6042	
		Điểm tương tác 3	1.6036	
		Điểm tương tác 4	1.6036	

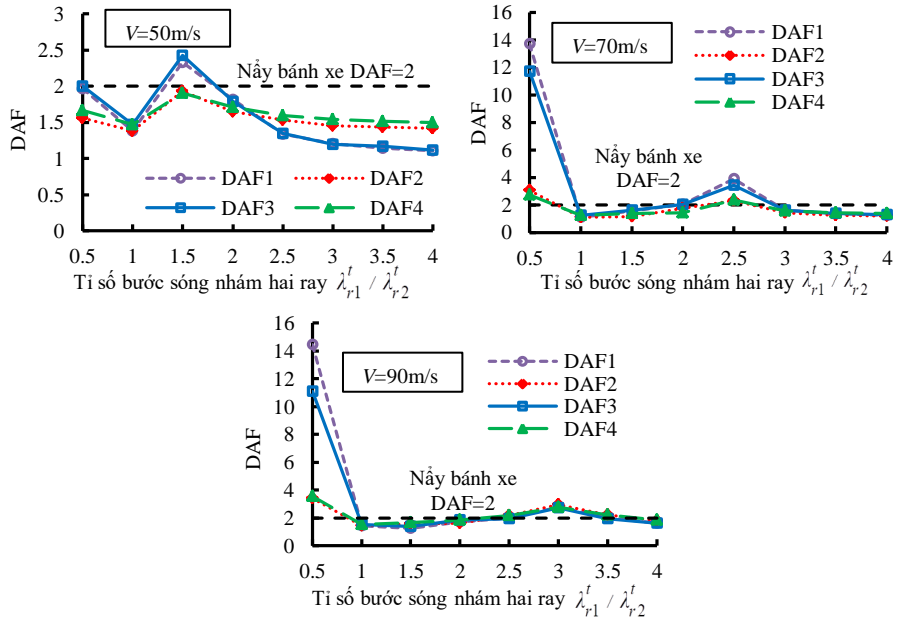
### 4.3.2 Bài toán 2: Ảnh hưởng của vận tốc và độ nhám ray

Hình 4.12 và Hình 4.13 lần lượt thể hiện hệ số động DAF tại 4 điểm tương tác khi thay đổi tỉ số biên độ nhám  $a'_{r1} / a'_{r2}$  và tỉ số bước sóng nhám  $\lambda'_{r1} / \lambda'_{r2}$  của hai ray với ba trường hợp vận tốc tàu. Kết quả thể hiện ứng xử động của tàu tăng khi sự khác biệt của độ nhám hai ray tăng và vận tốc tàu lớn.





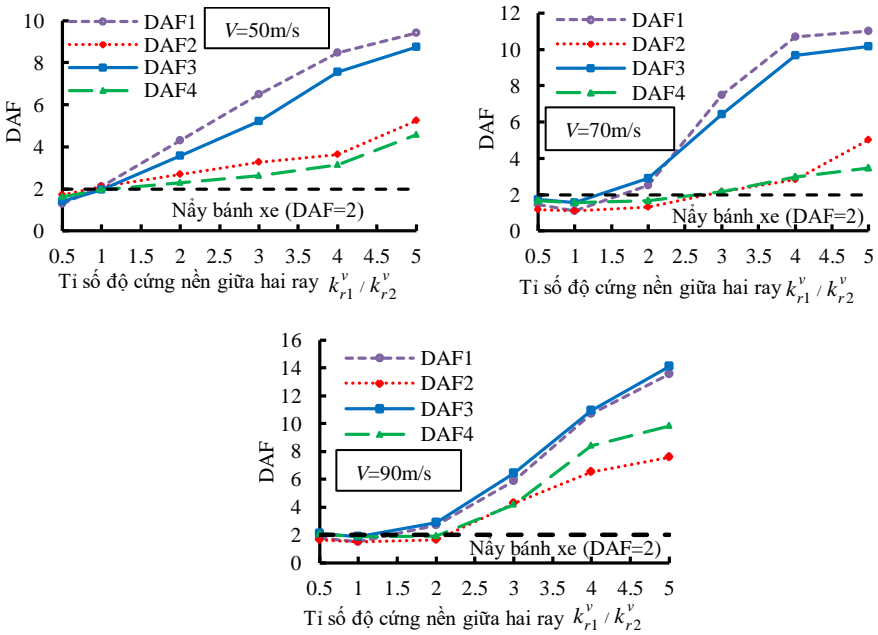
Hình 4.12. Hệ số động DAF khi thay đổi tỉ số biên độ nhám  $a_{r1}^t / a_{r2}^t$  với ba trường hợp vận tốc tàu: a)  $V = 50\text{m/s}$ , b)  $V = 70\text{m/s}$ , c)  $V = 90\text{m/s}$



Hình 4.13. Hệ số động DAF khi thay đổi tỉ số bước sóng độ nhám  $\lambda_{r1}^t / \lambda_{r2}^t$  với ba trường hợp vận tốc tàu: a)  $V = 50\text{m/s}$ , b)  $V = 70\text{m/s}$ , c)  $V = 90\text{m/s}$

### 4.3.3 Bài toán 3: Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc và độ cứng đất nền

Hình 4.14 thể hiện hệ số động DAF tại 4 điểm tương tác khi thay đổi tỉ số độ cứng đất nền  $k_{r1}^v / k_{r2}^v$  trong ba trường hợp của vận tốc tàu. Kết quả cho thấy ứng xử động của tàu tăng khi tỉ số độ cứng đất nền tăng, đặc biệt trong trường hợp vận tốc tàu lớn. Có thể rút ra nhận xét như sau: sự khác nhau của thông số của hai ray và vận tốc tàu ảnh hưởng lớn đến ứng xử của tàu cao tốc. Điểm mới của mô hình 3D tàu-ray-nền trong luận án là khảo sát được ảnh hưởng của sự khác nhau của hai ray đến ứng xử của tàu cao tốc mà các mô hình trước đây chưa khảo sát được.



Hình 4.14. Hệ số động DAF khi thay đổi tỉ số độ cứng nền  $k_{r1}^v / k_{r2}^v$  với ba trường hợp vận tốc của tàu: a)  $V = 50\text{m/s}$ , b)  $V = 70\text{m/s}$ , c)  $V = 90\text{m/s}$

### 4.4 Tấm Mindlin trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

Trong mục này, thông số vật liệu chung của tấm được sử dụng như sau: môđun đàn hồi  $E = 3.1 \times 10^{10} \text{N/m}^2$ , hệ số Poisson  $\nu = 0.3$ , khối lượng riêng trên đơn vị thể tích  $\rho = 2440 \text{kg/m}^3$ .

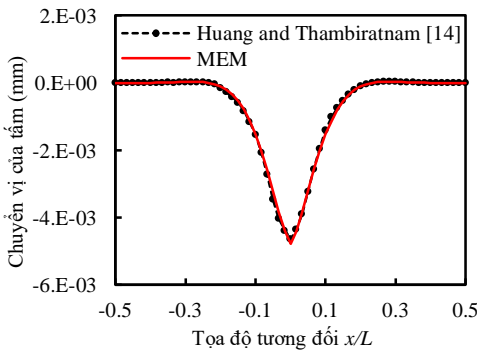
### 4.4.1 Bài toán 1: Ứng xử tĩnh và dao động của tấm

Sự hội tụ và độ tin cậy của phương pháp MEM cho bài toán phân tích ứng xử tĩnh và dao động của tấm Mindlin trên nền Pasternak được thực hiện. Các kết quả tính toán chuyển vị và tần số dao động của tấm khá trùng khớp với các kết quả đã được công bố của Tai và cộng sự [91].

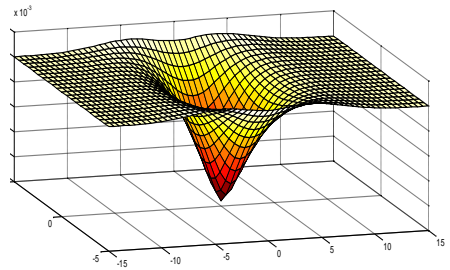
### 4.4.2 Bài toán 2: Tấm Mindlin dưới tác dụng của tải trọng chuyển động đều

#### 4.4.2.1 Kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp

Xét tấm Mindlin có chiều dài  $L$ , rộng  $B = 10\text{m}$  và dày  $h = 0.3\text{m}$  với hai cạnh ngắn có biên tựa cố định và hai cạnh dài có biên tự do đặt trên nền đàn hồi có độ cứng  $k_{wf} = 1 \times 10^7 \text{N/m}^3$ , hệ số kháng cắt  $k_{sf} = 0\text{N/m}$  và hệ số cản  $c_f = 0\text{Ns/m}^3$ . Tấm chịu tải trọng tập trung  $P = 10^3 \text{N}$  chuyển động đều với vận tốc  $V = 20\text{m/s}$  theo phương  $x$  của tấm. Để mô hình tấm có chiều dài vô hạn thì chiều dài của tấm trong mô hình tính toán sử dụng phương pháp MEM phải đủ lớn để đảm bảo sự hội tụ tốt của kết quả. Thông qua bài toán khảo sát thì với chiều dài tấm  $L = 30\text{m}$  và mức lưới chia  $30 \times 10$  phần tử thì đủ cho kết quả chuyển vị hội tụ. Hình 4.17 thể hiện chuyển vị của tấm theo phương  $x$  khi tải trọng đặt tại tâm tấm. Hình 4.18 thể hiện phối cảnh 3D chuyển vị của tấm. Kết quả tính toán trùng khớp với kết quả đã được công bố của Huang và Thambiratnam [14] sử dụng phương pháp dây hữu hạn (Finite Strip Method) và điều này thể hiện độ tin cậy của phương pháp.



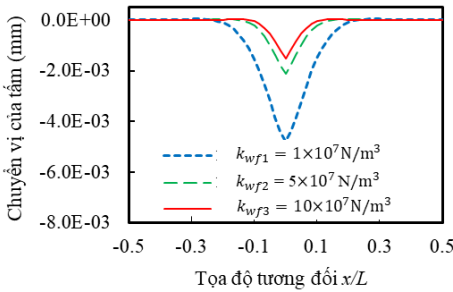
Hình 4.17. Chuyển vị của tấm theo phương  $x$  khi tải trọng đặt tại tâm tấm



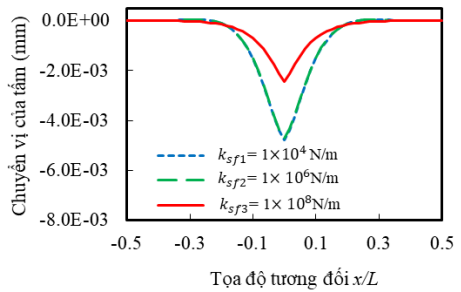
Hình 4.18. Phối cảnh 3D chuyển vị

#### 4.4.2.2 Ảnh hưởng của thông số nền Pasternak đến ứng xử của tấm

Tiếp theo, bài toán khảo sát ảnh hưởng của hệ số độ cứng nền  $k_{wf}$  và hệ số kháng cắt nền  $k_{sf}$  đến ứng xử của tấm được thực hiện. Trong bài toán này, hệ số độ cứng nền được thay đổi từ  $k_{wf} = 1 \times 10^7 \text{ N/m}^3$  đến  $k_{wf} = 10 \times 10^7 \text{ N/m}^3$ , hệ số kháng cắt của nền được thay đổi từ  $k_{sf} = 10^1 \text{ N/m}$  đến  $k_{sf} = 10^9 \text{ N/m}$  và hệ số cản của nền giữ không đổi là  $c_f = 1 \times 10^4 \text{ Ns/m}^3$ . Hình 4.19 và Hình 4.20 lần lượt thể hiện chuyển vị của tấm khi hệ số độ cứng nền  $k_{wf}$  và hệ số kháng cắt nền  $k_{sf}$  thay đổi. Khuynh hướng chung là khi hệ số độ cứng và hệ số kháng cắt nền tăng thì chuyển vị của tấm giảm. Tuy nhiên, hệ số kháng cắt nền có ảnh hưởng làm giảm chuyển vị của tấm đáng kể khi hệ số kháng cắt lớn hơn giá trị của hệ số độ cứng nền ( $k_{sf} > k_{wf}$ ).



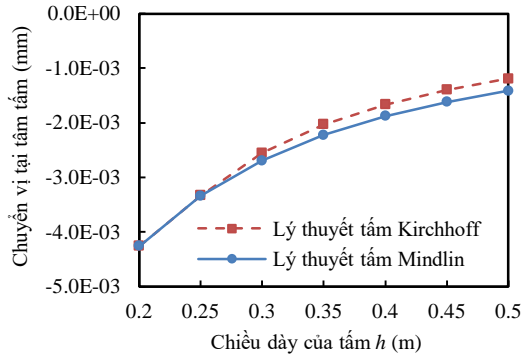
Hình 4.19. Chuyển vị tấm khi hệ số độ cứng nền thay đổi



Hình 4.20. Chuyển vị của tấm khi hệ số kháng cắt nền thay đổi

#### 4.4.2.3 Ảnh hưởng của chiều dày tấm đến ứng xử của tấm

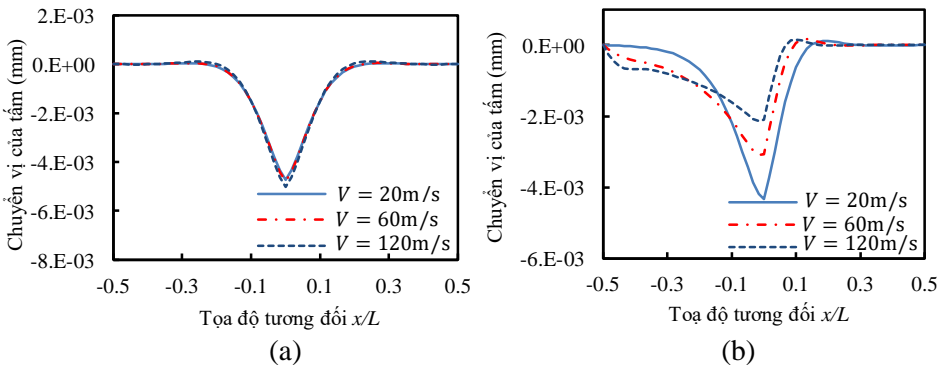
Trong mục này, kết quả tính toán chuyển vị theo lý thuyết tấm Mindlin và theo lý thuyết tấm Kirchhoff khi thay đổi chiều dày tấm được thực hiện và trình bày trên Hình 4.22. Kết quả thể hiện, chuyển vị của tấm tiến đến gần nhau ở hai trường hợp lý thuyết tấm khi chiều dày của tấm nhỏ ( $h \leq 0.25 \text{ m}$ ). Tuy nhiên, khi chiều dày của tấm tăng ( $h > 0.25 \text{ m}$ ) thì chuyển vị của tấm trong trường hợp sử dụng lý thuyết tấm Mindlin lớn hơn khi sử dụng lý thuyết tấm Kirchhoff và sự chênh lệch chuyển vị giữa hai lý thuyết tấm càng tăng khi chiều dày của tấm tăng. Ứng xử này của tấm phù hợp với nhận xét trong tài liệu của Reddy [64].



Hình 4.22. Chuyển vị tại tâm tấm khi chiều dày tấm thay đổi

#### 4.4.2.4 Ảnh hưởng của vận tốc và hệ số cản nền đến ứng xử của tấm

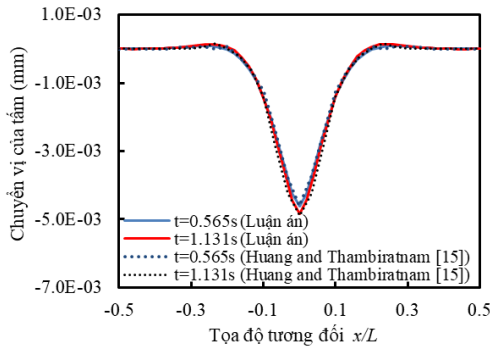
Hình 4.23(a) và Hình 4.23(b) lần lượt thể hiện chuyển vị của tấm khi vận tốc của tải trọng thay đổi trong hai trường hợp hệ số cản nền  $c_f = 1 \times 10^4 \text{Ns/m}^3$  và  $c_f = 1 \times 10^6 \text{Ns/m}^3$ . Kết quả thể hiện, khi hệ số cản nền nhỏ ( $c_f = 1 \times 10^4 \text{Ns/m}^3$ ) thì chuyển vị của tấm tăng khi vận tốc của tải trọng tăng. Cụ thể, chuyển vị tại tâm tấm tăng từ  $4.7272 \times 10^{-3} \text{mm}$  đến  $5.0174 \times 10^{-3} \text{mm}$  khi vận tốc của tải trọng tăng từ  $V=20\text{m/s}$  đến  $V=120\text{m/s}$ . Khi hệ số cản nền lớn ( $c_f = 1 \times 10^6 \text{Ns/m}^3$ ) thì ứng xử của tấm có xu hướng ngược lại tức là chuyển vị giảm từ  $4.3315 \times 10^{-3} \text{mm}$  đến  $2.0936 \times 10^{-3} \text{mm}$  khi vận tốc tăng từ  $V=20\text{m/s}$  đến  $V=120\text{m/s}$  và hình dạng của đường chuyển vị không còn đối xứng.



Hình 4.23. Chuyển vị của tấm khi vận tốc của tải trọng thay đổi: (a) Hệ số cản nền  $c_f = 1 \times 10^4 \text{Ns/m}^3$ ; (b) Hệ số cản nền  $c_f = 1 \times 10^6 \text{Ns/m}^3$

### 4.4.3 Bài toán 3: Tấm Mindlin chịu tải trọng chuyển động có gia tốc

Trong bài toán này, ứng xử của tấm chịu tải trọng chuyển động có gia tốc được khảo sát. Xét tấm chịu tác dụng của tải trọng  $P = 10^3 \text{ N}$  chuyển động với gia tốc  $a = 100 \text{ m/s}^2$  từ vận tốc ban đầu  $V_0 = 0 \text{ m/s}$ . Lưu ý rằng, trong bài toán tải trọng chuyển động có gia tốc thì bước thời gian tính toán trong phương pháp Newmark có ảnh hưởng đến sự hội tụ của kết quả và qua bài toán khảo sát thì với bước thời gian  $\Delta t = 0.0025 \text{ s}$  và sai số cho phép  $\tau = 10^{-2}$  thì đủ để kết quả chuyển vị hội tụ. Hình 4.25 thể hiện chuyển vị của tấm tại thời điểm  $t = 0.565 \text{ s}$  ứng với quãng đường di chuyển được của tải trọng là  $S = 16 \text{ m}$  và thời điểm  $t = 1.131 \text{ s}$  ứng với quãng đường di chuyển được của tải trọng là  $S = 64 \text{ m}$ . Kết quả thể hiện chuyển vị của tấm tăng dần khi khoảng cách tăng. Điều này có thể giải thích như sau: khi tải trọng di chuyển có gia tốc thì vận tốc sẽ tăng theo thời gian di chuyển và làm chuyển vị tăng. Kết quả tính toán khá trùng khớp với kết quả của Huang và Thambiratnam [15].

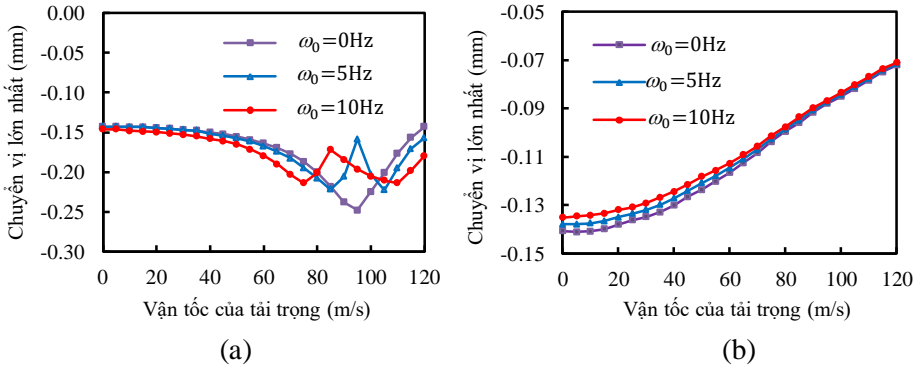


Hình 4.25. Chuyển vị của tấm chịu tải trọng chuyển động có gia tốc

### 4.4.4 Bài toán 4: Tấm Mindlin dưới tác dụng tải trọng điều hòa di chuyển

Hình 4.27 thể hiện chuyển vị tại tâm tấm chịu tải trọng điều hòa  $P = 5000 \sin(\omega_0 t) \text{ N}$  di chuyển khi vận tốc của tải trọng thay đổi trong hai trường hợp hệ số cản của nền  $c_f = 10^4 \text{ N s/m}^3$  và  $c_f = 10^5 \text{ N s/m}^3$ . Kết quả thể hiện, khi hệ số cản nền nhỏ ( $c_f = 10^4 \text{ N s/m}^3$ ) thì chuyển vị của tấm tăng khi vận tốc của tải trọng tăng và xuất hiện hai điểm cực trị tại hai giá trị vận tốc tới hạn xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Khoảng cách giữa hai giá trị vận tốc tới hạn xảy ra hiện

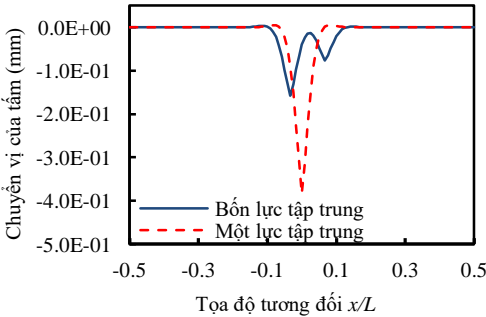
tương cộng hưởng tăng khi tần số dao động  $\omega_0$  của tải trọng tăng. Hai giá trị vận tốc tới hạn trên khá trùng khớp đề xuất trong nghiên cứu của Kim và Roesset [8]. Ngược lại, trong trường hợp hệ số cản nền lớn ( $c_f = 10^5 \text{ Ns/m}^3$ ) thì chuyển vị của tấm giảm đều khi vận tốc của tải trọng tăng và không xuất hiện điểm cực trị.



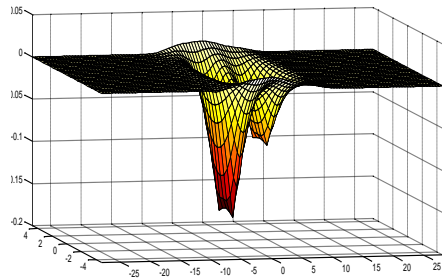
Hình 4.27. Chuyển vị tại tâm tấm khi vận tốc và tần số dao động của tải trọng thay đổi: (a) Hệ số cản  $c_f = 1 \times 10^4 \text{ Ns/m}^3$ ; (b) Hệ số cản  $c_f = 1 \times 10^5 \text{ Ns/m}^3$

#### 4.4.5 Bài toán 5: Tấm Mindlin chịu các mô hình tải trọng khác nhau

Trong một số nghiên cứu trước đây, tải trọng của xe tác dụng lên nền đường thường được mô hình là một tải trọng tập trung đơn giản di chuyển trên tấm. Tuy nhiên, trong thực tế tải trọng của xe được phân phối tại bánh xe và tác dụng tại các bánh xe lên tấm. Hình 4.30 so sánh chuyển vị của tấm với hai mô hình tải trọng: một lực tập trung và bốn lực tập trung.



Hình 4.30. Chuyển vị của tấm theo phương  $x$  với hai mô hình tải trọng



Hình 4.32. Phối cảnh 3D chuyển vị

Hình 4.32 thể hiện phối cảnh 3D chuyển vị của tấm dưới tác dụng của mô hình bốn lực tập trung. Kết quả thể hiện chuyển vị trong mô hình tải trọng một lực tập trung (tải trọng toàn bộ xe) khác nhiều với chuyển vị trong mô hình bốn lực tập trung (tải trọng phân bố về các bánh xe) và không phản ánh đúng thực tế. Do đó, trong các bài toán thiết kế cần sử dụng mô hình tải trọng toàn bộ xe giống thực tế để đạt được kết quả chính xác và phù hợp với thực tế.

#### 4.5 Tấm composite trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

##### 4.5.1 Bài toán 1: Phân tích tĩnh và dao động của tấm composite

Bảng 4.30 trình bày kết quả tính toán của chuyển vị không thứ nguyên  $\bar{w} = 100w(L/2, L/2)E_2h^3 / (qL^4)$  tại tâm tấm composite tựa đơn bốn cạnh chịu tải trọng phân bố đều  $q = 1N/m^2$ . Bảng 4.31 trình bày kết quả tần số dao động không thứ nguyên với dạng dao động thứ nhất  $\bar{\omega} = (\omega L^2 / h)\sqrt{\rho / E_2}$  của tấm composite. Kết quả tính toán khá trùng khớp với kết quả đã được công bố của Reddy [74] thể hiện độ tin cậy của phương pháp.

Bảng 4.30. Độ võng không thứ nguyên  $\bar{w} = 100w(L/2, L/2)E_2h^3 / (qL^4)$  tại tâm tấm composite chịu tải trọng phân bố đều

Số lớp	$L/h$	Phương pháp					Sai khác (%)
		MEM (12x12)	MEM (16x16)	MEM (20x20)	MEM (24x24)	Reddy [74]	
$0^0/90^0/0^0$	10	1.0225	1.0222	1.0221	1.0220	1.0219	0.009%
	20	0.7568	0.7570	0.7570	0.7571	0.7572	0.013%
	100	0.6688	0.6692	0.6694	0.6695	0.6697	0.029%
$0^0/90^0/90^0/0^0$	10	1.0255	1.0252	1.0251	1.0251	1.0250	0.009%
	20	0.7688	0.7690	0.7691	0.7692	0.7694	0.025%
	100	0.6820	0.6826	0.6829	0.6830	0.6833	0.043%

Bảng 4.31. Tần số dao động không thứ nguyên với dạng dao động thứ nhất

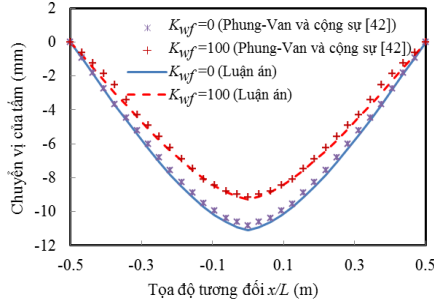
$$\bar{\omega} = (\omega L^2 / h)\sqrt{\rho / E_2} \text{ của tấm composite}$$

Hướng sợi	$E_1 / E_2$	Phương pháp					Sai khác (%)
		MEM (12x12)	MEM (16x16)	MEM (20x20)	MEM (24x24)	Reddy [74]	
$0^0/90^0$	10	8.2982	8.2981	8.2981	8.2981	8.2982	0.001%
	20	9.5671	9.5671	9.5671	9.5671	9.5671	0.000%
$/90^0/0^0$	30	10.3259	10.3258	10.3258	10.3258	10.3260	0.002%
	40	10.8540	10.8539	10.8539	10.8539	10.8540	0.001%



### 4.5.2 Bài toán 2: Ứng xử của tấm composite chịu tải trọng di chuyển

Hình 4.34 thể hiện chuyển vị của tấm composite trên nền đàn hồi chịu tải trọng  $P = 10^4 \text{ N}$  di chuyển với vận tốc  $V = 40 \text{ m/s}$ . Hệ số độ cứng đất nền không thứ nguyên được kí hiệu là  $K_{wf} = k_{wf} L^4 / E_2 h^3$ . Kết quả tính toán khá trùng khớp với kết quả đã được công bố của Phung-Van và cộng sự [42] thể hiện độ tin cậy của phương pháp.



Hình 4.34. Chuyển vị của tấm composite chịu tải trọng di chuyển

### 4.5.3 Bài toán 3: Ảnh hưởng của các thông số đến ứng xử của tấm composite

Bảng 4.33 và Bảng 4.34 trình bày chuyển vị tại tâm tấm composite khi vận tốc của tải trọng và góc hướng sợi thay đổi trong trường hợp các lớp sắp xếp đối xứng và không đối xứng. Kết quả thể hiện, chuyển vị của tấm trong trường hợp các lớp không đối xứng nhỏ hơn trong trường hợp các lớp đối xứng và chuyển vị của tấm tăng khi vận tốc của tải trọng tăng. Chuyển vị nhỏ nhất xảy ra trong trường hợp các lớp của tấm composite sắp xếp không đối xứng và hướng của góc sợi là  $0^0/90^0/0^0/90^0$  hoặc  $90^0/0^0/90^0/0^0$ .

Bảng 4.33. Chuyển vị tại tâm tấm composite khi vận tốc và góc sợi thay đổi trong trường hợp các lớp đối xứng

Sắp xếp các lớp		Vận tốc tải trọng			
		40m/s	80m/s	120m/s	160m/s
Đối xứng	$0^0/90^0/90^0/0^0$	-3.1021	-3.1086	-3.1196	-3.1354
	$30^0/-60^0/-60^0/30^0$	-3.1150	-3.1272	-3.1481	-3.1792
	$45^0/-45^0/-45^0/45^0$	-3.1676	-3.1845	-3.2140	-3.2582
	$60^0/-30^0/-30^0/60^0$	-3.1888	-3.2086	-3.2432	-3.2951
	$90^0/0^0/0^0/90^0$	-3.1745	-3.1948	-3.2301	-3.2825

Bảng 4.34. Chuyển vị tại tâm tấm composite khi vận tốc và góc sợi thay đổi trong trường hợp các lớp không đối xứng

$\times 10^{-2}$  mm

Sắp xếp các lớp		Vận tốc tải trọng			
		40m/s	80m/s	120m/s	160m/s
	$0^0/90^0/0^0/90^0$	-2.9131	-2.9227	-2.9392	-2.9631
Không	$30^0/-60^0/30^0/-60^0$	-2.9438	-2.9563	-2.9780	-3.0101
đối	$45^0/-45^0/45^0/-45^0$	-2.9505	-2.9639	-2.9873	-3.0219
xúng	$60^0/-30^0/60^0/-30^0$	-2.9438	-2.9563	-2.9780	-3.0101
	$90^0/0^0/90^0/0^0$	-2.9131	-2.9227	-2.9392	-2.9631

#### 4.6 Tấm FGM trên nền đàn nhớt chịu tải trọng di chuyển

##### 4.6.1 Bài toán 1: Phân tích tĩnh và dao động của tấm FGM

Bảng 4.38 trình bày kết quả tính toán chuyển vị không thứ nguyên  $\bar{w} = w(L/2, B/2) \times E_m \times h^3$  tại tâm tấm vật liệu chức năng FGM tựa đơn bốn cạnh chịu tải trọng phân bố đều  $q$ . Bảng 4.39 trình bày tần số dao động riêng không thứ nguyên  $\bar{\omega} = \omega \sqrt{12(1-\nu^2)\rho_c L^2 B^2 / \pi^4 E_c h^2}$  của tấm FGM. Kết quả tính toán hội tụ tốt và khá trùng khớp với kết quả đã được công bố của các tác giả khác. Điều này thể hiện độ tin cậy của phương pháp.

Bảng 4.38. Hội tụ của chuyển vị không thứ nguyên  $\bar{w} = w(L/2, B/2) \times E_m \times h^3$  tại tâm tấm FGM theo lưới chia phần tử

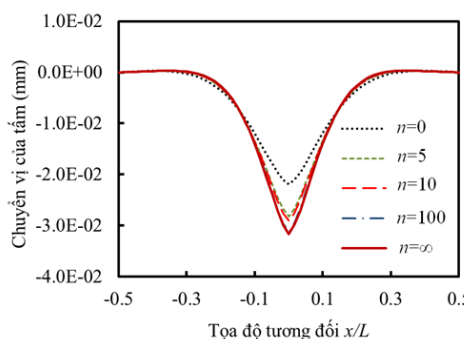
Lưới chia	Chỉ số tỉ lệ thể tích $n$				
	Ceramic	0.5	1	2	Metal
MEM (6×6)	0.0248	0.0308	0.0339	0.0369	0.0533
MEM (10×10)	0.0248	0.0308	0.0339	0.0369	0.0533
MEM (16×16)	0.0248	0.0308	0.0339	0.0369	0.0533
MEM (20×20)	0.0248	0.0308	0.0339	0.0369	0.0533
Ferreira và cộng sự [93]	0.0247	0.0313	0.0351	0.0388	0.0534
Sai khác (%)	0.40%	1.59%	3.41%	4.89%	0.18%

Bảng 4.39. Hội tụ của tần số dao động tự nhiên không thứ nguyên  $\bar{\omega} = \omega\sqrt{12(1-\nu^2)\rho_c L^2 B^2 / \pi^4 E_c h^2}$  của tấm FGM theo lưới chia phần tử

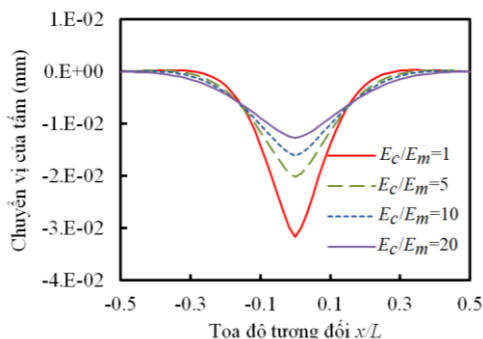
Lưới chia	Chỉ số tỉ lệ thể tích $n$				
	Ceramic	0.5	1	2	Metal
MEM (6×6)	1.7684	1.6128	1.5518	1.4997	1.2724
MEM (10×10)	1.7679	1.6124	1.5514	1.4994	1.2721
MEM (16×16)	1.7679	1.6124	1.5513	1.4993	1.2720
MEM (20×20)	1.7679	1.6124	1.5513	1.4993	1.2720
Uymaz và Aydogdu [44]	1.7748	1.6031	1.4764	1.4628	1.2721
Sai khác %	0.38%	0.58%	5.07%	2.49%	0.01%

#### 4.6.2 Bài toán 2: Ảnh hưởng của các thông số đến ứng xử của tấm FGM

Hình 4.36 và Hình 4.37 lần lượt thể hiện chuyển vị của tấm FGM khi chỉ số tỉ lệ thể tích thay đổi:  $n_1 = 0$  (gốm),  $n_2 = 5$ ,  $n_3 = 10$ ,  $n_4 = 100$ ,  $n_5 = \infty$  (kim loại) và tỉ số môđun đàn hồi  $E_m/E_c$  thay đổi. Kết quả thể hiện chuyển vị của tấm tăng khi hệ số tỉ lệ thể tích  $n$  tăng và ngược lại chuyển vị tấm giảm khi tỉ số môđun đàn hồi  $E_m/E_c$  tăng. Điều này có thể giải thích như sau: khi  $n_1 = 0$  tấm có chuyển vị nhỏ do lúc này vật liệu gốm có mô đun đàn hồi của vật liệu lớn chiếm ưu thế trong tấm. Khi  $n_5 = \infty$  lúc này chuyển vị của tấm tăng do vật liệu kim loại có mô đun đàn hồi vật liệu nhỏ chiếm ưu thế trong tấm.



Hình 4.36. Chuyển vị của tấm FGM khi thay đổi hệ số tỉ lệ thể tích  $n$



Hình 4.37. Chuyển vị của tấm FGM khi thay đổi tỉ số  $E_m/E_c$

## 4.7 Tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt Pasternak chịu tải trọng di chuyển

### 4.7.1 Bài toán 1: Kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp

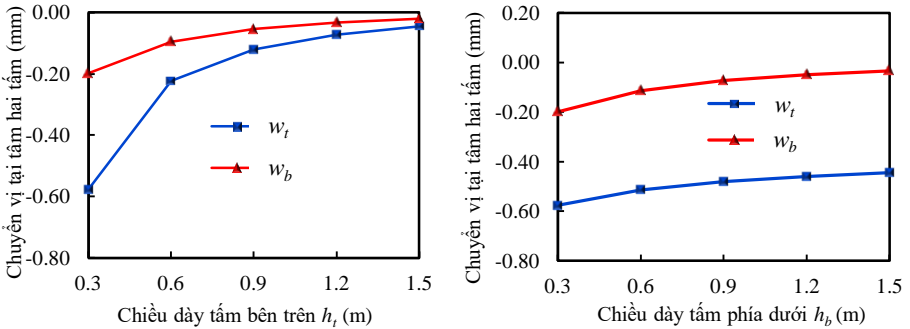
Đầu tiên bài toán khảo sát sự hội tụ và độ tin cậy của chuyển vị tại tâm tấm hai lớp trên nền đàn nhớt chịu tải trọng phân bố được thực hiện. Xét tấm vuông hai lớp có kích thước giống nhau (chiều dài  $L=30\text{m}$ , chiều rộng  $B=30\text{m}$ , chiều dày  $h=0.3\text{m}$ ) chịu tải trọng phân bố đều  $q=10^4\text{N/m}^2$ . Do bài toán phân tích ứng xử của tấm hai lớp chưa được thực hiện trước đây, để kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp, bài toán khảo sát chuyển vị của tấm hai lớp chịu tải trọng phân bố đều với độ cứng của nền lớp phía dưới  $k_{wf}$  tăng dần. Khi độ cứng đất nền lớp phía dưới rất lớn (trong luận án này là  $k_{wf}=1\times 10^{20}\text{N/m}^3$ ) thì nền được giả thuyết như tuyệt đối cứng và lúc này chuyển vị của tấm phía dưới tiến đến 0 và chỉ còn lại chuyển vị của tấm bên trên. Bảng 4.44 thể hiện hội tụ của chuyển vị tại tâm tấm bên trên và tâm tấm phía dưới theo lưới chia phần tử khi thay đổi độ cứng của đất nền  $k_{wf}$ . Kết quả tính toán từ phương pháp tấm nhiều lớp chuyển động MMPM trong luận án được so sánh với kết quả tính toán từ phần mềm Sap2000. Các kết quả khá tương đồng với nhau và điều này thể hiện sự tin cậy của phương pháp.

Bảng 4.44. Hội tụ của chuyển vị tại tâm tấm trên và tấm dưới theo lưới chia phần tử khi thay đổi độ cứng nền

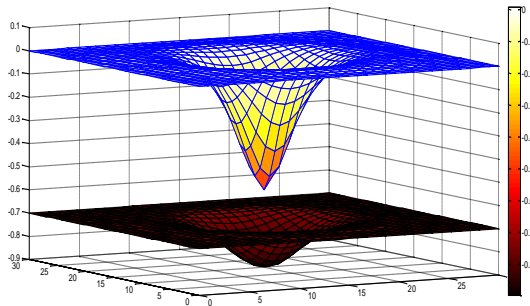
Độ cứng nền $k_{wf}$ ( $\text{N/m}^3$ )	Phương pháp		Lưới phần tử				
			6x6	10x10	20x20	30x30	40x40
$1\times 10^7$	MPPM	Tấm trên	2.3871	2.3054	2.2829	2.2804	2.2798
		Tấm dưới	1.2397	1.1883	1.1741	1.1725	1.1720
$1\times 10^{10}$	MPPM	Tấm trên	1.1420	1.0917	1.0806	1.0794	1.0792
		Tấm dưới	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011
$1\times 10^{20}$	MPPM	Tấm trên	1.1407	1.0905	1.0794	1.0782	1.0780
		Tấm dưới	1.12 $\times 10^{-13}$	1.02 $\times 10^{-13}$	1.07 $\times 10^{-13}$	1.07 $\times 10^{-13}$	1.07 $\times 10^{-13}$
	Sap2000	Một tấm trên	1.0731	1.0750	1.0771	1.0779	1.0779

#### 4.7.2 Bài toán 2: Ứng xử của tấm nhiều lớp khi chiều dày các lớp thay đổi

Trong bài toán này, ứng xử của tấm nhiều lớp khi thay đổi chiều dày các lớp được khảo sát. Tấm chịu tác dụng của tải trọng  $P = 10^5 \text{ N}$  di chuyển trên trục qua trọng tâm theo phương dài của tấm với vận tốc  $V = 20 \text{ m/s}$ . Hình 4.39 thể hiện ảnh hưởng của chiều dày tấm bên trên và chiều dày tấm phía dưới đến chuyển vị tại tâm tấm. Hình 4.42 thể hiện phối cảnh 3D chuyển vị của hai tấm khi tải trọng đặt tại tâm của tấm. Khuynh hướng chung là chuyển vị của hai tấm giảm khi chiều dày của tấm bên trên hoặc tấm phía dưới tăng. Tuy nhiên, chiều dày của tấm bên trên có ảnh hưởng làm giảm chuyển vị nhiều hơn chiều dày của tấm phía dưới.



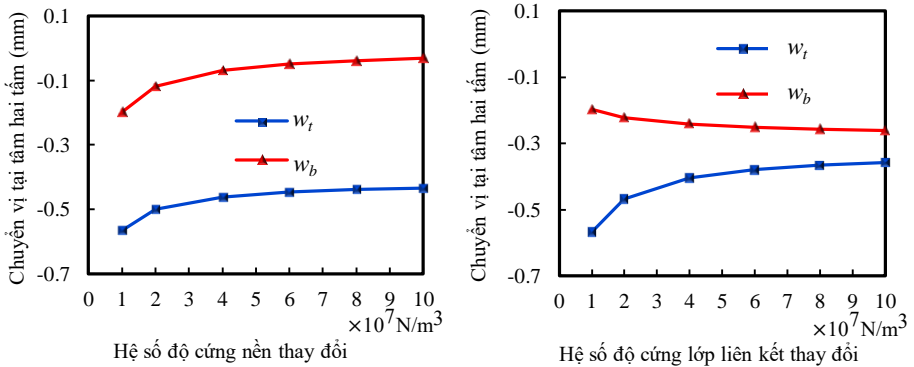
Hình 4.39. Chuyển vị tại tâm của hai tấm khi chiều dày của tấm bên trên và chiều dày của tấm phía dưới thay đổi



Hình 4.42. Phối cảnh 3D chuyển vị của tấm trên và tấm dưới

### 4.7.3 Bài toán 3: Ứng xử của tấm nhiều lớp khi độ cứng nền và lớp liên kết thay đổi

Hình 4.43 thể hiện chuyển vị tại tâm của hai tấm khi độ cứng nền  $k_{wf}$  và độ cứng lớp liên kết  $k_{wc}$  thay đổi. Xu hướng chung, khi độ cứng của nền và lớp liên kết tăng thì chuyển vị của hai tấm đều giảm. Tuy nhiên, khi độ cứng của lớp liên kết tăng thì chuyển vị của hai tấm tiến đến bằng nhau. Điều này khá phù hợp trong thực tế vì khi độ cứng lớp liên kết tăng đến giá trị đủ lớn thì hai tấm làm việc giống như một tấm nên chuyển vị tiến đến bằng nhau.



Hình 4.43. Chuyển vị tại tâm của tấm bên trên và tấm phía dưới khi hệ số độ cứng nền  $k_{wf}$  và độ cứng lớp liên kết  $k_{wc}$  thay đổi

## 4.8 Kết luận chương 4

Trong chương này, các ví dụ số về áp dụng của phương pháp phần tử chuyển động (Moving Element Method-MEM) cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc sử dụng mô hình 3D tàu-ray-nền và các bài toán phân tích ứng xử của các mô hình tấm khác nhau được trình bày. Ưu điểm và độ tin cậy của phương pháp MEM được khảo sát và kiểm chứng.

Qua các kết quả đạt được trong luận án, một số kết luận được rút ra và đề xuất hướng phát triển của luận án được trình bày sơ lược như sau

### 5.1 Kết luận

1. Luận án đã phát triển được phương pháp phần tử chuyển động áp dụng cho bài toán phân tích ứng xử của tàu cao tốc với mô hình không gian ba chiều đầy đủ gồm có tàu-ray-nền. Phương pháp này được thiết lập cho mô hình 2 dầm đường ray chịu tác dụng của thân tàu di chuyển với mô hình không gian. Với phương pháp được phát triển trong luận án, bài toán này đã được giải quyết với khá nhiều thông số ảnh hưởng đến ứng xử của tàu cao tốc đều được khảo sát chi tiết. Điểm khác biệt trong phần này là mô hình 3D tàu-ray-nền đã khảo sát được ảnh hưởng chi tiết hơn mà các mô hình 1D tàu-ray-nền trong các nghiên cứu trước đây không thể khảo sát được.
2. Luận án đã xây dựng được phương pháp phần tử chuyển động áp dụng cho một số bài toán tấm trên nền đàn nhớt chịu tải di động. Các kết cấu tấm được đề cập trong luận án là tấm dầy Mindlin, tấm vật liệu composite, tấm vật liệu chức năng với phần tử tấm chuyển động được áp dụng để giải quyết. Ngoài ra, với bài toán tấm nhiều lớp trên nền đàn nhớt chịu tải di động, luận án cũng thiết lập được phần tử tấm nhiều lớp chuyển động (Multi-layer Moving Plate Method-MMPM) để giải quyết bài toán này. Phương pháp phần tử tấm nhiều lớp chuyển động đã khảo sát được ứng xử đồng thời của mô hình tấm nhiều lớp mà các nghiên cứu trước đây chưa thực hiện được. Các công thức chi tiết, thuật toán giải quyết và tiến hành phân tích tích số đều đã được thực hiện. Hầu hết các thông số vật lý quan trọng ảnh hưởng đến ứng xử động của tấm được phân tích rõ ràng và độ chính xác của phương pháp này cũng được thể hiện rõ.
3. Phương pháp phần tử chuyển động được xây dựng và phát triển trong luận án có những ưu điểm như sau: một là, khắc phục được khó khăn

của phương pháp phần tử hữu hạn truyền thống về việc tải trọng di chuyển đến biên của mô hình tính toán trong các bài toán liên quan đến tải trọng di chuyển trên kết cấu có chiều dài lớn (được giả thuyết là vô hạn); hai là, tải trọng sẽ cố định trong lưới chia phần tử chuyển động nên tránh được việc phải cập nhật vị trí của tải trọng theo bước thời gian; ba là, mô hình kết cấu có thể rời rạc với lưới chia không đều nhau; bốn là, số lượng các phần tử trong phương pháp phần tử chuyển động không phụ thuộc vào quãng đường di chuyển của tải trọng. Nhờ đó, thời gian tính toán và chi phí tính toán của phương pháp phần tử chuyển động ít hơn phương pháp phần tử hữu hạn truyền thống.

4. Bên cạnh những ưu điểm được trình bày ở trên thì phương pháp phần tử chuyển động cũng có những hạn chế như sau: một là, khi tải trọng chuyển động có gia tốc hay là kết cấu có xét ứng xử phi tuyến thì chi phí thời gian tính toán tăng lên do các ma trận độ cứng, cản của phần tử thay đổi và phải cập nhật theo từng bước thời gian tính toán. Hai là, đối với bài toán cần khảo sát ứng xử của kết cấu khi tải trọng di chuyển đến biên thì phương pháp phần tử chuyển động không thực hiện được.

## 5.2 Hướng phát triển

Qua các kết quả đã đạt được, luận án đề xuất các hướng sau để phát triển

1. Xây dựng và phát triển phương pháp phần tử chuyển động cải tiến để khắc phục vấn đề ma trận độ cứng và ma trận cản của phần tử thay đổi theo từng bước thời gian trong trường hợp bài toán tải trọng chuyển động có gia tốc hay bài toán liên quan đến ứng xử phi tuyến của kết cấu là cần thiết.
2. Khi xe di chuyển trên mặt đường hay máy bay di chuyển trên đường băng thì xe và máy bay là hệ có nhiều bậc tự do và mặt đường thì gồ ghề chứ không luôn phẳng; Vì vậy, phát triển phương pháp này để áp dụng cho bài toán phân tích ứng xử tầm dưới tác dụng của hệ dao động di động với nhiều bậc tự do hơn có xét độ gồ ghề của mặt đường.



## DANH MỤC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

*Đăng trên tạp chí quốc tế:*

1. Van Hai Luong, **Tan Ngoc Than Cao**, JN Reddy, Kok Keng Ang, Minh Thi Tran, Jian Dai, "Static and dynamic analysis of Mindlin plates resting on viscoelastic foundation by using moving element method", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 18 (11), pp. 1850131-1–1850131-20 (20 pages), 2018. (Impact Factor IF=1.617).
2. **Tan Ngoc Than Cao**, Van Hai Luong, Hoang Nhi Vo, Xuan Vu Nguyen, Van Nhut Bui, Minh Thi Tran, Kok Keng Ang, "A moving element method for the dynamic analysis of composite plate resting on a Pasternak foundation subjected to a moving load", *International Journal of Computational Method*, vol.15(3), pp. 1850124-1–1850124-19 (19 pages), 2018. (Impact Factor IF=1.053).
3. **Tan Ngoc Than Cao**, JN Reddy, Kok Keng Ang, Van Hai Luong, Minh Thi Tran, Jian Dai, "Dynamic analysis of three-dimensional high-speed train-track model using moving element method", *Advances in Structural Engineering*, vol. 21(6), pp. 862-876, 2017. (Impact Factor IF:0.829).

*Đăng trên tạp chí trong nước:*

4. **Cao Tấn Ngoc Thân**, Lương Văn Hải, "Phân tích ứng xử động kết cấu dầm trên nền Pasternak dưới tác dụng của tải trọng chuyển động không đều sử dụng phương pháp phần tử chuyển động cải tiến", *Người Xây Dựng*, số tháng 3&4, trang 39:44, 2018.
5. **Cao Tan Ngoc Than**, Do Duy Minh, Luong Van Hai, Tran Minh Thi, "Moving Multi-Layer Plate Method for Dynamic Analysis of Pavement Structure Subjected to Moving Load", *Journal of Science Ho Chi Minh City Open University*, vol. **20**(4), pp. 3-13, 2016.

6. **Cao Tấn Ngọc Thân**, Lương Văn Hải, Nguyễn Trọng Phước, "Phân tích ứng xử động của tấm Mindlin trên nền Pasternak chịu tải trọng di động sử dụng phương pháp phần tử chuyển động", *Người Xây Dựng*, số 10, trang 113:118, 2015.

*Đăng trên kỷ yếu hội thảo quốc tế:*

7. **Cao Tấn Ngọc Thân**, Lương Văn Hải, Nguyễn Xuân Vũ, Trần Minh Thi, "Dynamic analysis of Mindlin plates resting on a viscoelastic foundation subjected to moving load during abrupt braking using moving element method", in *Proceedings of Regional Conference in Civil Engineering (RCCE) and The Third International Conference in Civil Engineering Research (ICCER)*, page 1-8, Surabaya, Indonesia, 2017.
8. **Cao Tấn Ngọc Thân**, Lương Văn Hải, Trần Minh Thi, "The dynamic analysis of functionally graded plates resting on viscoelastic foundation subjected to moving loads using moving element method", in *Proceedings of 9th ASEAN Civil Engineering Conference (ACEC) 2016 & 6th Brunei International Conference on Engineering and Technology (BICET) 2016: Symposium E, 14- 15/11/2016*, page 35-51, Brunei, 2016.

## GIẢI THƯỞNG ĐẠT ĐƯỢC

1. Đạt giải Khuyến khích trong Giải thưởng “Công trình nghiên cứu khoa học xuất sắc cho sinh viên, học viên cao học và nghiên cứu sinh ở ĐHQG-HCM” năm 2018 theo Quyết định số 1612/QĐ-ĐHQG, Thành phố Hồ Chí Minh, ngày 24 tháng 12 năm 2018.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [8]. S. M. Kim and J. Roesset, "Moving loads on a plate on elastic foundation," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, pp. 1010-1017, 1998.
- [14]. M. H. Huang and D. Thambiratnam, "Dynamic response of plates on elastic foundation to moving loads," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 128, no. 9, pp. 1016-1022, 2002.
- [15]. M. H. Huang and D. Thambiratnam, "Deflection response of plate on winkler foundation to moving accelerated loads," *Engineering Structures*, vol. 23, pp. 1134-1141, 2001.
- [24]. C. G. Koh, J. S. Y. Ong, D. K. H. Chua and J. Feng, "Moving element method for train-track dynamics," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 56, pp. 1549-1567, 2003.
- [25]. C. G. Koh, P. P. Sze and T. T. Deng, "Numerical and analytical methods for in-plane dynamic response of annular disk," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 112-131, 2006.
- [26]. C. G. Koh, G. H. Chiew and C. C. Lim, "A numerical method for moving load on continuum," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 300, pp. 126-138, 2007.
- [27]. W. T. Xu, J. H. Lin, Y. H. Zhang, D. Kennedy and F. W. Williams, "2D moving element method for random vibration analysis of vehicles on Kirchhoff plate with Kelvin foundation," *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 6, pp. 169-183, 2009.
- [28]. K. K. Ang, D. Jian, M. T. Tran and V. H. Luong, "Analysis of high-speed rail accounting for jumping wheel phenomenon," *International Journal of Computational Methods*, vol. 11, pp. 1343007(1-12), 2014.
- [29]. M. T. Tran, K. K. Ang and V. H. Luong, "Vertical dynamic response of non-uniform motion of high-speed rails," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, pp. 5427-5442, 2014.
- [30]. M. T. Tran, K. K. Ang, V. H. Luong and J. Dai, "High-speed trains subject to abrupt braking," *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 54, no. 12, pp. 1715-1735, 2016.
- [31]. M. T. Tran, K. K. Ang and V. H. Luong, "Dynamic response of high-speed rails due to heavy braking," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 231, no. 6, pp. 701-716, 2017.
- [32]. M. T. Tran, K. K. Ang and V. H. Luong, "Multiple-railcar high speed train subject to braking," *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 17, no. 07, pp. 1750071 (1-31), 2017.
- [33]. M. T. Tran, K. K. Ang and V. H. Luong, "Vertical dynamic response of high-speed rails during sudden deceleration," *International Journal of Computational Methods*, vol. 14, no. 01, pp. 1750014 (1-24), 2017.

- [44]. B. Uymaz and M. Aydogdu, "Three-dimensional vibration analysis of functionally graded plates under various boundary conditions," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 26, no. 18, pp. 1847-1863, 2007.
- [46]. H. A. Atmane, A. Tounsi, I. Mechab and E. A. A. Bedia, "Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory," *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 6, pp. 112-121, 2010.
- [48]. A. M. Zenkour and A. F. Radwan, "Compressive study of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak foundation under various boundary conditions using hyperbolic shear deformation theory," *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 18, no. 2, pp. 645-658, 2018.
- [58]. V. H. Luong, H. D. Đình và M. T. Trần, "Phân tích ứng xử của tàu cao tốc có xét đến độ cong của thanh ray và tương tác với đất nền sử dụng phương pháp phần tử chuyển động," *Tạp Chí Xây Dựng*, vol. 08, pp. 57-59, 2013.
- [59]. T. A. Lê, "Phân tích ứng xử động tàu cao tốc có xét độ nảy bánh xe và tương tác đất nền," *Luận văn thạc sĩ, ĐH Bách Khoa Tp.HCM*, 2013.
- [60]. V. H. Luong, D. P. Nguyễn, T. N. T. Cao, V. M. Trần và N. T. T. Đăng, "Ứng xử của khối lượng chuyển động trên mô hình nền ba lớp sử dụng phương pháp phần tử dầm nhiều lớp chuyển động," *Người Xây Dựng*, vol. 7&8, pp. 49-55, 2014.
- [64]. J. N. Reddy, *Theory and analysis of elastic plates and shells*, CRC Press, 2006.
- [74]. J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates – Theory and Analysis*, New York: CRC Press, 1997.
- [89] J. T. Kenney, "Steady-state vibrations of beam on elastic foundation for moving load," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 21, no. 4, pp. 359-364, 1954.
- [90] X. S. Jin, Z. F. Wen, K. Y. Wang, Z. R. Zhou, Q. Y. Liu and C. H. Li, "Three-dimensional train-track model for study of rail corrugation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, pp. 830-855, 2006.
- [91] H. T. Tai, P. Minwo and C. Dong-Ho, "A simple refined theory for bending, buckling, and vibration of thick plates resting on elastic foundation," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 73, pp. 40-52, 2013.
- [93]. A. Ferreira, R. Batra, C. Roque, L. Qian and P. Martins, "Static analysis of functionally graded plates using third-order shear deformation theory and a meshless method," *Composite Structures*, vol. 69, pp. 449-457, 2005.